

# O STATISTIČKIM OSOBINAMA USKOPOJASNOG ŠUMA NA NISKONAPONSKIM ELEKTRIČNIM INSTALACIJAMA

Mr. sc. Dubravko Sabolić, Zagreb

UDK 096.6:621.391.82  
PRETHODNO PRIOPĆENJE

Na temelju mjerenja izvodi se statistički model uskopojasnog šuma prisutnog na niskonaponskoj električnoj instalaciji, u području od 100 do 800 kHz. Daju se razdiobe uskopojasnih komponenti šuma po amplitudi i po razmaku na frekvencijskoj osi, koje se odnose na dane mjerne uvjete. Za utvrđivanje statistički vjerodostojne raspodjele snage po frekvencijama bilo bi potrebno izvršiti opsežnija mjerenja.

**Ključne riječi:** uskopojasni šum, električna instalacija, statistika.

## Uvod

Analiza šuma u frekvencijskim područjima višima od onih u kojima postoji važan utjecaj harmonika mrežne frekvencije potrebna je prvenstveno zbog mogućnosti korištenja distribucijske mreže za komunikacije. Klasične primjene u tom području ostvaruju se, prema europskoj normi EN 50065, na frekvencijama između 9 kHz i 150 kHz. U Americi i Japanu takvi se sustavi koriste do frekvencija od nekih 450 kHz. Danas su već komercijalno dostupni, ili su u zreloj fazi razvoja, uređaji za komunikaciju PLC medijem (engl. Power Line Carrier) koji rade u značajno višim područjima frekvencija. Općenito, danas se može reći da će sustavi za komunikacije velikim digitalnim brzinama (2 Mb/s na više) raditi u području od 9 kHz do 10 MHz na vanjskoj distribucijskoj mreži (engl. outdoor), odnosno od 10 MHz do najmanje 20 MHz na unutarnjim instalacijama zgrada (engl. indoor). Razmatra se, i gotovo je izvjesno, korištenje pojasa do 30 MHz, a možda i do 60 MHz. O klasičnim i novim primjenama PLC komunikacijskih sustava čitatelj se može informirati u literaturi navedenoj na kraju članka.

Postoji nekoliko različitih vrsta šuma prisutnoga na distribucijskoj mreži u višim frekvencijskim područjima. One se razlikuju po svojem podrijetlu, i mogu se promatrati odvojeno. U simulacijama komunikacijskih sustava te se vrste šuma mogu modularno dodavati u simulirani kanal. Zbog toga je bitno za svaku vrstu šuma imati odgovarajući statistički model koji će omogućiti sintezu stohastičkog procesa s mogućnošću kontrole karakterističnih parametara.

Osnovna vrsta šuma je tzv. pozadinski šum (engl. background noise), koji je koloriran u području do 100 kHz (intenzitet pada s približno 40 dB/dek), a nakon toga, pa

sve do vrlo visokih frekvencija poprima karakteristike približno bijelog šuma, razine u svakom slučaju ispod -130 dB(W/Hz) na 50 Ω. Podrijetlo pozadinskog šuma nije tretirano u literaturi, ali se svakako može pretpostaviti da pozadinskom šumu doprinose sva trošila spojena na elektroenergetsku mrežu, a on može stizati mehanizmom vođenja po kabelima i instalacijama, odnosno prijamom smetnji već izračenih u prostor, ili s distribucijske mreže, ili iz bilo kojeg drugog izvora.

Impulsni šum (engl. single event impulse noise) jedan je od najznačajnijih fenomena prisutnih na PLC mreži, jer ima vrlo jak utjecaj na komunikacijske sustave. Danas već postoje zadovoljavajući modeli impulsnog šuma. Glavne karakteristike statističkih modela su: razdioba impulsa po amplitudama, po trajanju impulsa, i po trajanju intervala između dvaju susjednih impulsa. Impuls je svaka fluktuacija napona koja premašuje neki predefinirani prag detekcije, obično oko 100 mV, kada je mrežni napon frekvencije 50 Hz odfiltriran iz mjernog sustava.

Periodički šum sinkron s mrežnom frekvencijom (engl. periodic synchronous noise) potječe od trošila spojenih na mrežu koja se napajaju uzimanjem energije iz mreže u točno određenim fazama mrežnog napona. Tipičan primjer su tiristorski ispravljači, prigušivači rasvjete, itd.

Periodički šum asinkron s mrežnom frekvencijom (engl. periodic asynchronous noise) dolazi od suvremenih elektroničkih uređaja napajanih switch-mode mrežnim napajateljima, koji rade na nekoj relativno niskoj ultrazvučnoj frekvenciji (tipično između 20 kHz i 40 kHz), generiranoj u njima samima, bez sinkronizma s mrežnom frekvencijom. U amplitudno-frekvencijskom dijagramu ta se vrsta šuma očituje kao niz prilično jakih komponenti razmaknutih za iznos osnovne frekvencije. Tipično, čak i harmonici približno



stotog reda osnovne frekvencije mogu nadvisiti pozadinski šum za 10 i više dB. Frekvencije smetnji takvoga podrijetla nisu suviše stabilne.

Napokon, uskopojasni šum (engl. single-tone noise) nastaje prijamom uskopojasnih signala iz okolnog prostora. Oni dolaze najčešće od radiodifuzijskih odašiljača, a karakterizirani su širinom pojasa od samo par kHz, te visokom stalnošću frekvencije. Postoji i jedan broj smetnji takve vrste iz drugih izvora, koje je teško identificirati. Intenzitet uskopojasnog šuma u pravilu se značajno povećava tijekom noći. Osim komponenti vrlo uskog spektra, u razmatranje ove vrste šuma mogu se uključiti i smetnje širega opsega, do nekih 20-ak kHz, koje značajno izranjaju iz pozadinskog šuma, a čije porijeklo nije jasno. U literaturi ne postoji statistički model uskopojasnog šuma, a u simulacijama se koriste deterministički modeli, proizvoljnim dodavanjem jednog broja sinusnih komponenti.

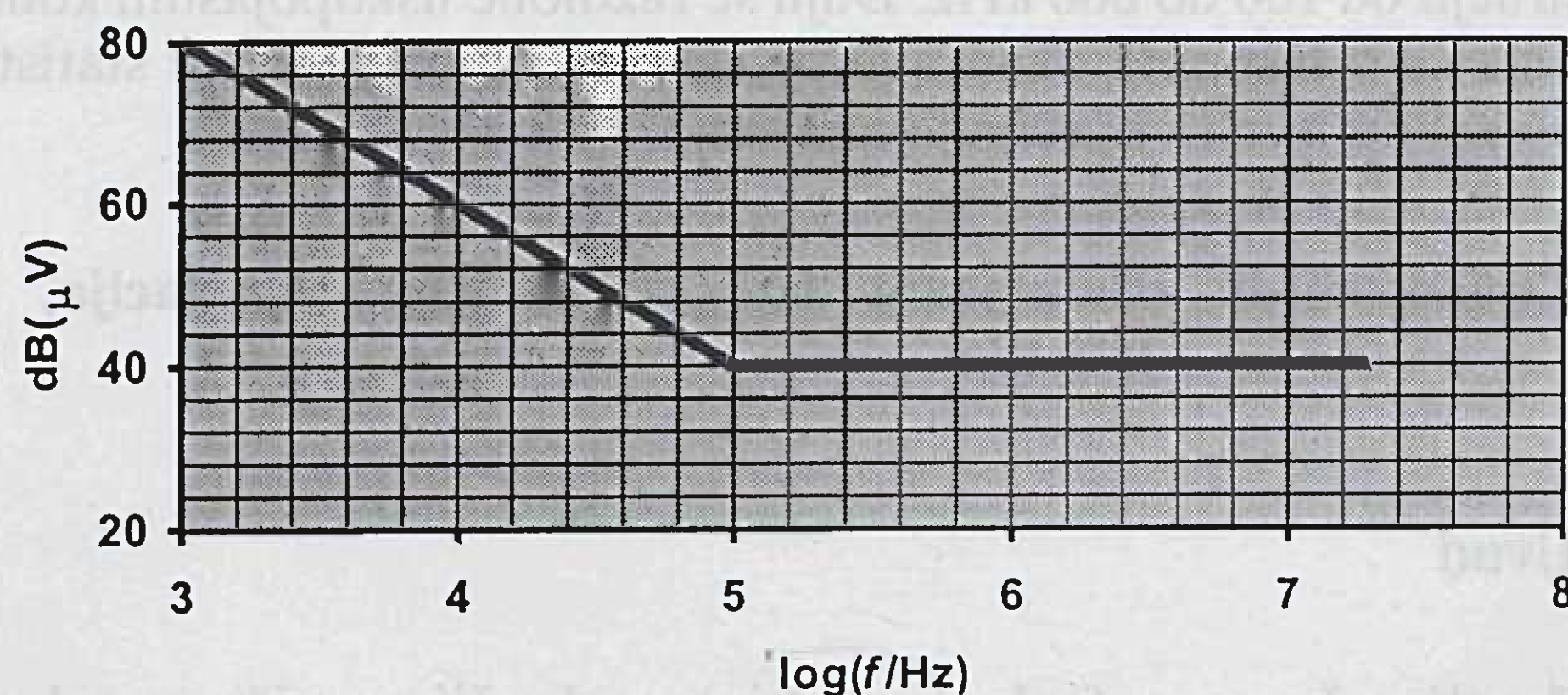
U ovome radu dajemo anлізу jednog mjernog uzorka ograničenog opsega, koji je međutim dovoljan da bi se uočile osnovne statističke zakonitosti kod uskopojasnog šuma prisutnog na električnim instalacijama. S obzirom da su prezentirani rezultati u stvari dobiveni kao nusprodukt prilikom mjerenja poduzetih za drugu namjenu, te zbog nemogućnosti automatiziranja mjernog sustava, sakupljeno je tek nekoliko tisuća pojedinačnih uskopojasnih komponenti na dvije bitno različite lokacije (poslovna zgrada u centru grada, stambena kuća na periferiji), odnosno u bitno različitim vremenima (radno vrijeme, vikend, noć). Set podataka takve brojnosti savim je sigurno dovoljan za formiranje statističkog modela razdiobe po amplitudama i po slobodnim intervalima između susjednih detektiranih uskopojasnih komponenti u ukupnom analiziranom pojasu frekvencija, od 100 kHz do 800 kHz, a djelomice i do 20 MHz, kako je već naznačeno u tekstu ovoga članka. Mjerni uzorak, međutim, nije dovoljan za dobivanje statistički signifikantnog modela razdiobe snage smetnji ove vrste po frekvencijama. Ipak, u tekstu ćemo zbog potpunosti dati i takvu obradu, imajući na umu da ona predstavlja tek jednu grubu aproksimaciju. Prema tomu, važno je zaključiti da ovdje prezentirani modeli razdioba amplitude i frekvencijskih intervala slobodnih od smetnji vjerno opisuju stvarnu situaciju na danim lokacijama, odnosno u danim mjernim uvjetima.

Daljnja istraživanja uskopojasnog šuma nastavit će se istom metodom, ali opsežnijim promatranjem pojave. Da bi se dobio općenitiji model, potrebno je povećati broj lokacija, kao i ukupno trajanje mjerenja. To će ujedno dovesti i do mogućnosti kvalitetne statističke analize raspodjele snage po frekvencijama, a isto tako i do mogućnosti analize u užim frekvencijskim pojasevima.

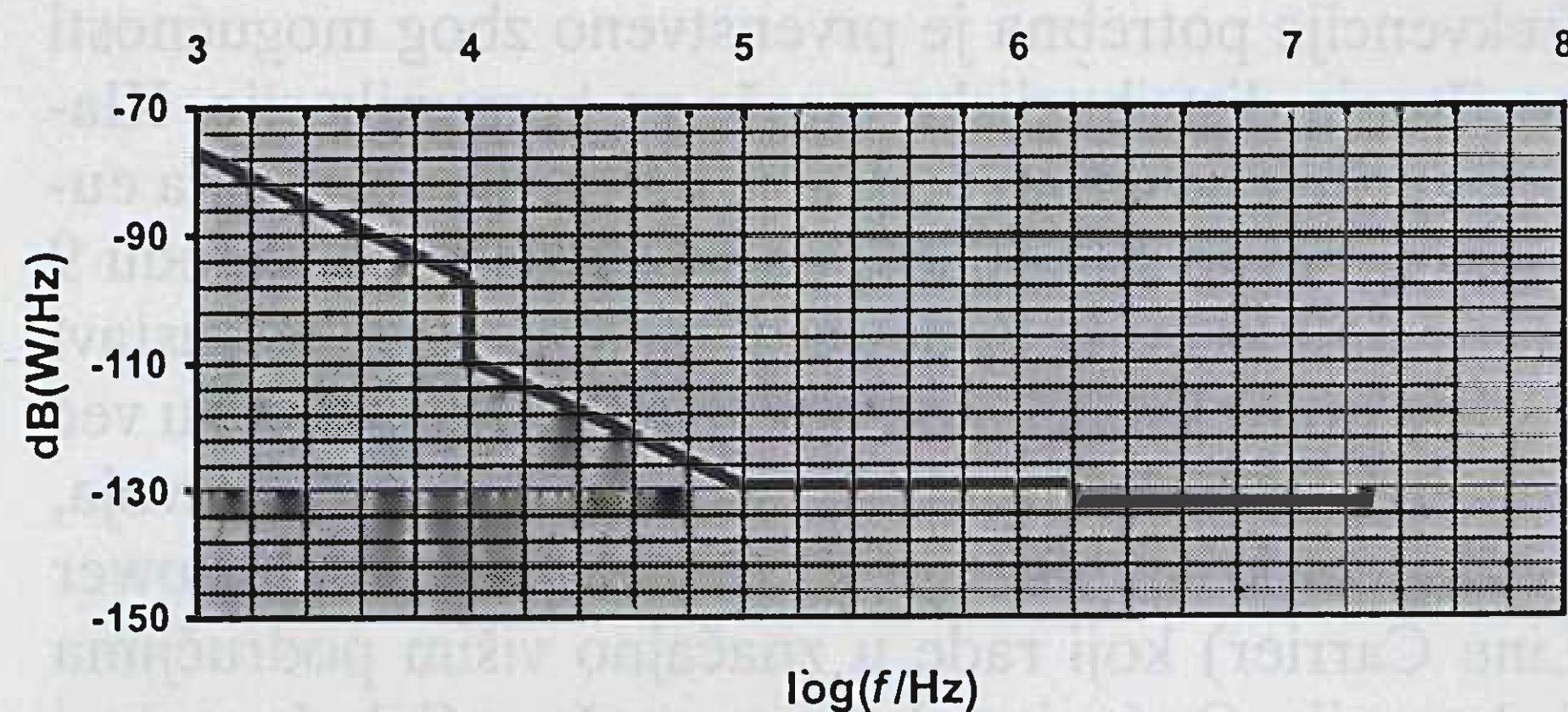
## 1. OPIS MJERENJA

U ovome radu analizirat ćemo osobine uskopojasnog šuma prisutnog na instalaciji električne mreže na dvije lokacije: u poslovnoj zgradi s osam etaža i oko 150

ureda (zgrada Prijenosnog područja Zagreb, Ul. grada Vukovara 37), te u jednoj obiteljskoj kući u stambenom naselju u Zagrebu, u različita vremena tijekom dana. Mjerenja su vršena kroz "masku" koja izdvaja pozadinski šum i omogućuje analizu samo onih uskopojasnih komponenti koje se značajno izdižu iznad razine pozadinskog šuma. Pri tome, naravno, nema garancije da i neki dio kontinuiranog spektra šuma, koji bi se možda izdizao iznad toga praga, neće ući u razmatranje, ali se on može prepoznati i odračunati. Oblik maske definiran je slikom 1, izraženom u jedinici dB( $\mu$ V). Na slici 2 nalazi se ista maska preračunata u jedinicu dB(W/Hz) za opteretni otpor od 50  $\Omega$ , te uz uvažavanje širine pojasa selektivnog voltmetra koja je bila korištena u pojedinom dijelu promatranog frekvencijskog spektra.



Slika 1. Mjerna maska izražena u dB( $\mu$ V)



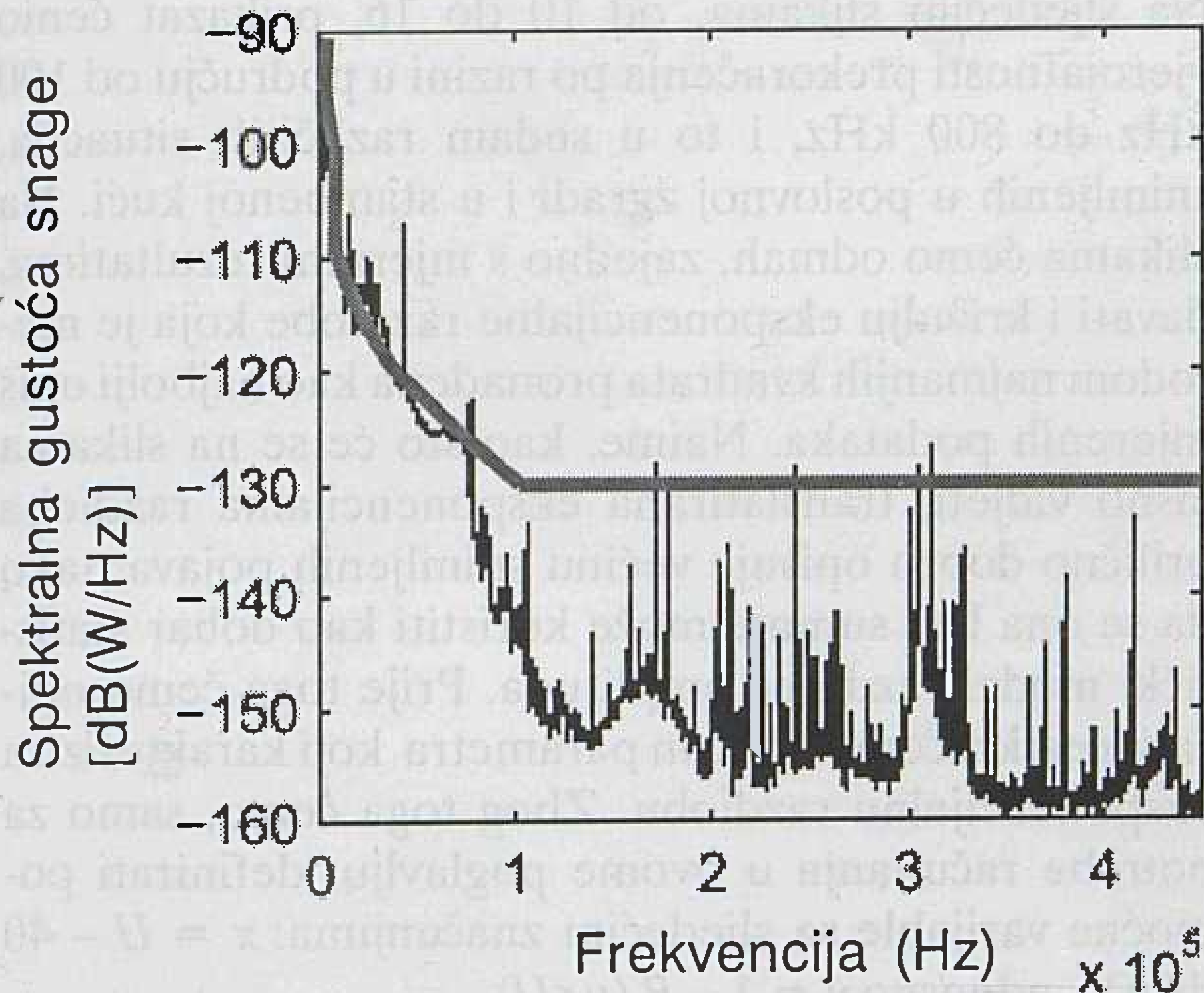
Slika 2. Mjerna maska izražena u dB(W/Hz) za teret od 50  $\Omega$ , i uz odgovarajuće širine pojasa selektivnog voltmetra koje su bile primijenjene u mjerenjima

Kako ova maska otprilike izgleda umetnuta u jednu tipičnu snimku spektralne ovisnosti šuma PLC-a, i koja je njena uloga, vidjet ćemo npr. kada je približno ucrtamo u jednu od slika karakteristika šuma. To je prikazano na slici 3.

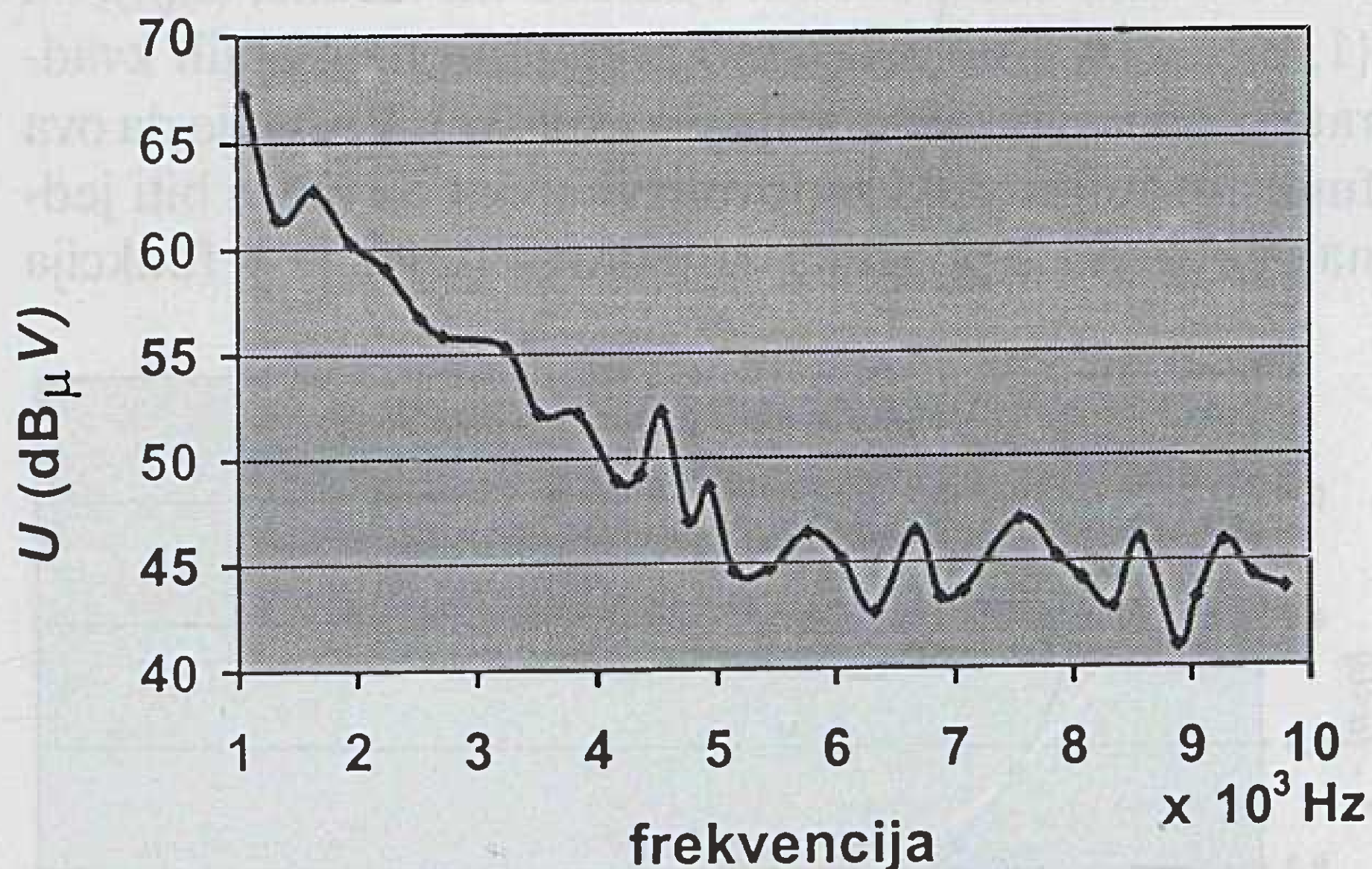
U daljnjoj analizi sve vrijednosti napona šuma detektiranih uskopojasnih komponenti dane su u svojoj pravoj vrijednosti u dB( $\mu$ V). Međutim, zbog djelovanja maske, niti jedna komponenta razine niže od 40 dB( $\mu$ V) nije detektirana, tako da se u mjernim rezultatima pojavljuju samo signali koji, poput onih s prethodne slike, strše iznad postavljene maske. Na taj način možemo analizirati upravo osobine uskopojasnih (single-tone) smetnji, koje su takve jakosti da značajno nadvisuju pozadinski šum.

Jedan djelić mjernih rezultata prezentirat ćemo primjera radi u grafičkom obliku, na slikama 4 do 9. Oni se mogu sistematizirati po mjestu i vremenu promatranja

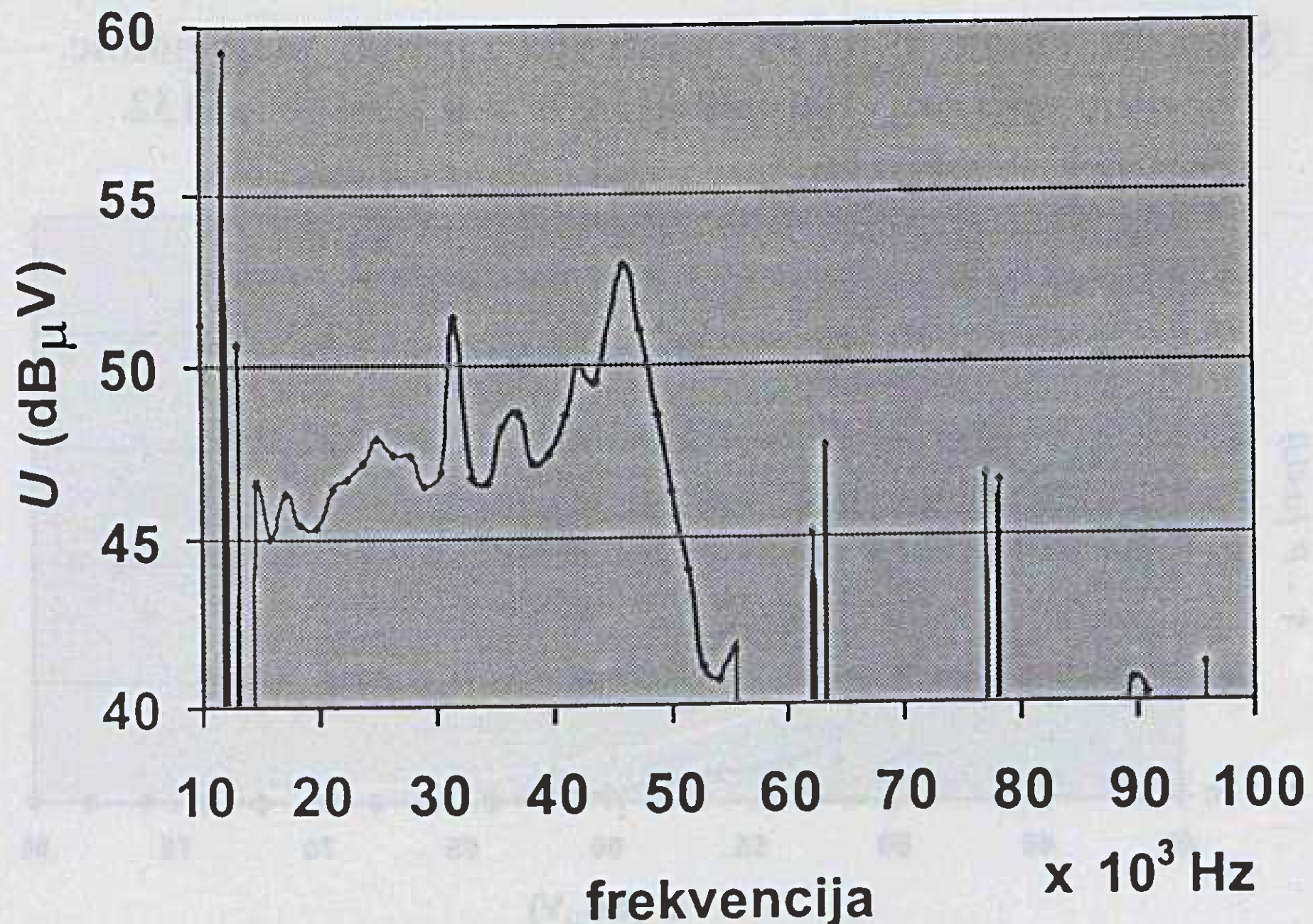




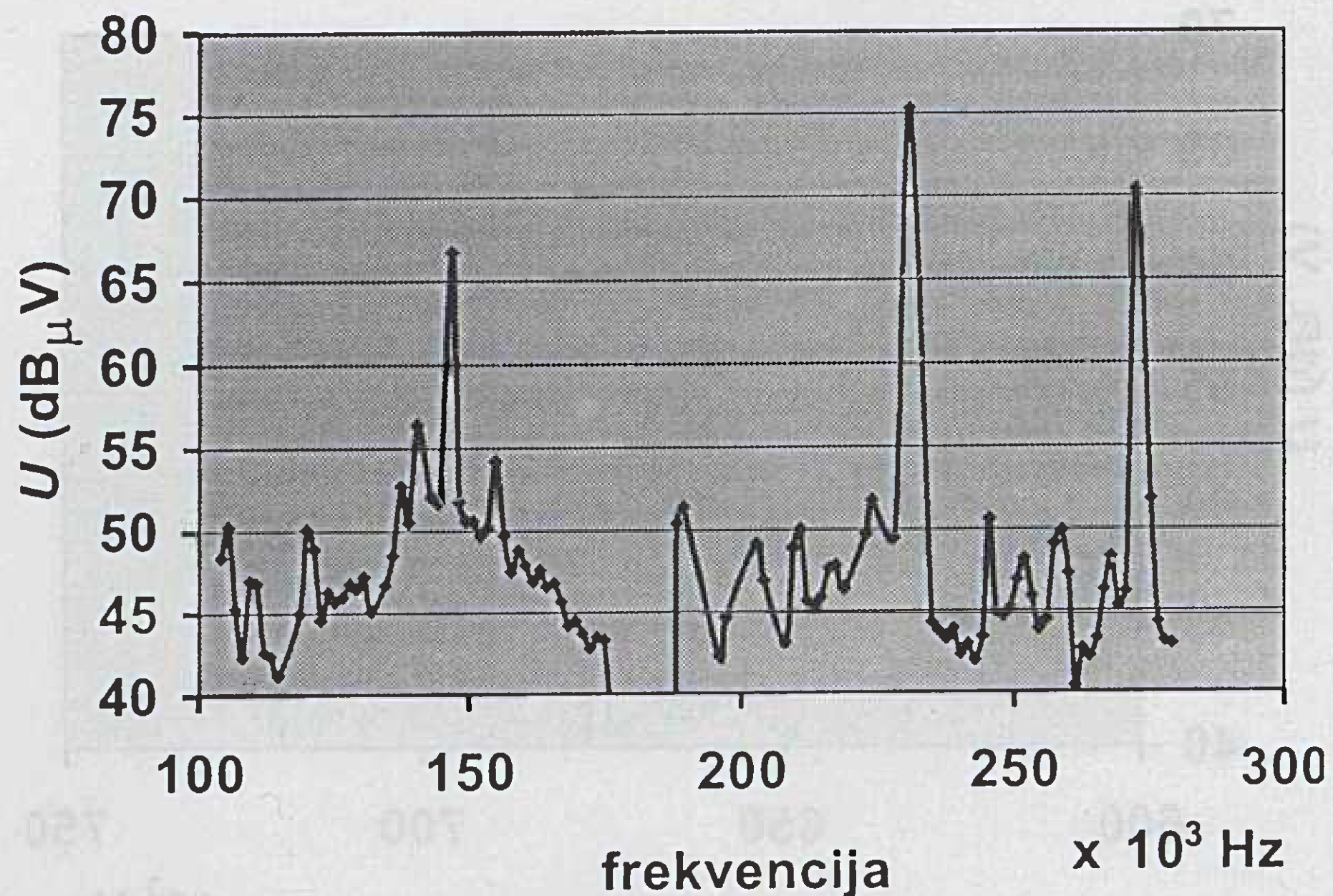
Slika 3. Maska (deblja glatka linija) sa slike 2 unešena u jednu snimku spektralne ovisnosti. Vidi se da ona "reže" pozadinski šum, ostavljajući samo najistaknutije uskopojasne komponente, i to u skladu s tijekom spektralne karakteristike šuma. Maska se ovdje vidi kao krivulja, jer je mjerilo apscise linearno, a ne logaritamsko kao na prethodnoj slici.



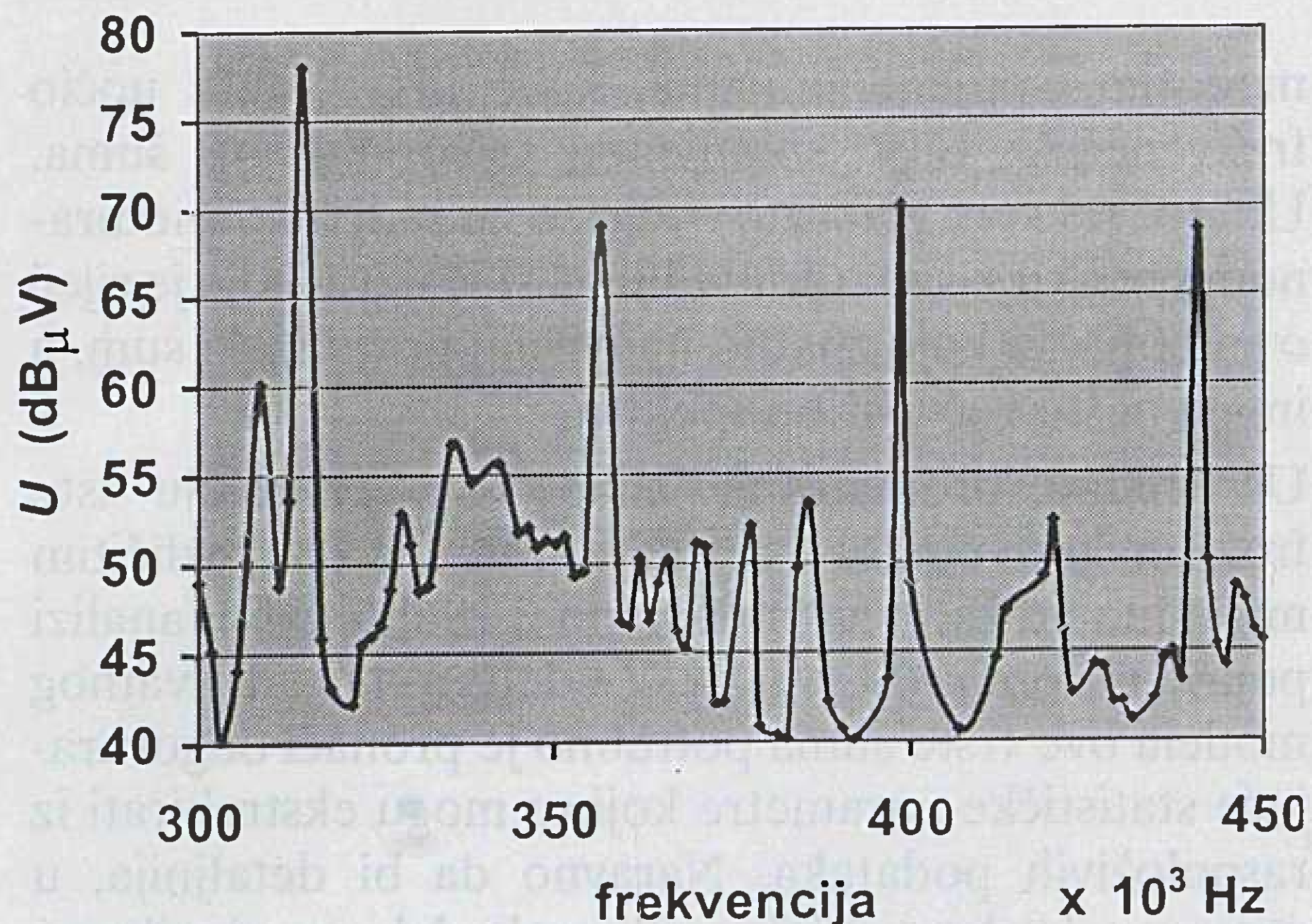
Slika 4. Petak, 02.11.01, poslovna zgrada, prije podne, radno vrijeme, BW prijemnika: 100 Hz



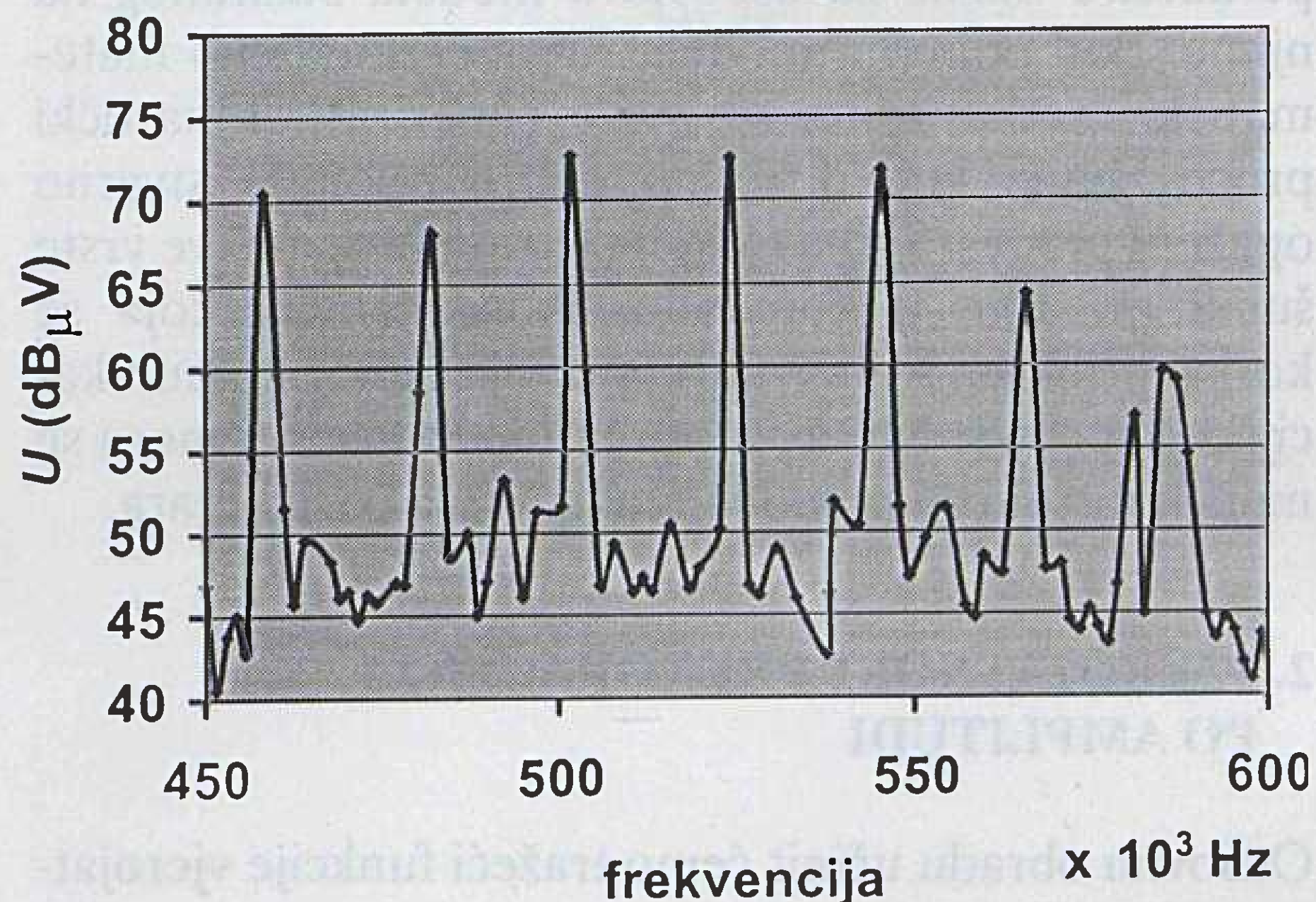
Slika 5. Petak, 02.11.01, poslovna zgrada, prije podne, radno vrijeme, BW prijemnika: 1740 Hz



Slika 6. Petak, 02.11.01, poslovna zgrada, prije podne, radno vrijeme, BW prijemnika: 1740 Hz



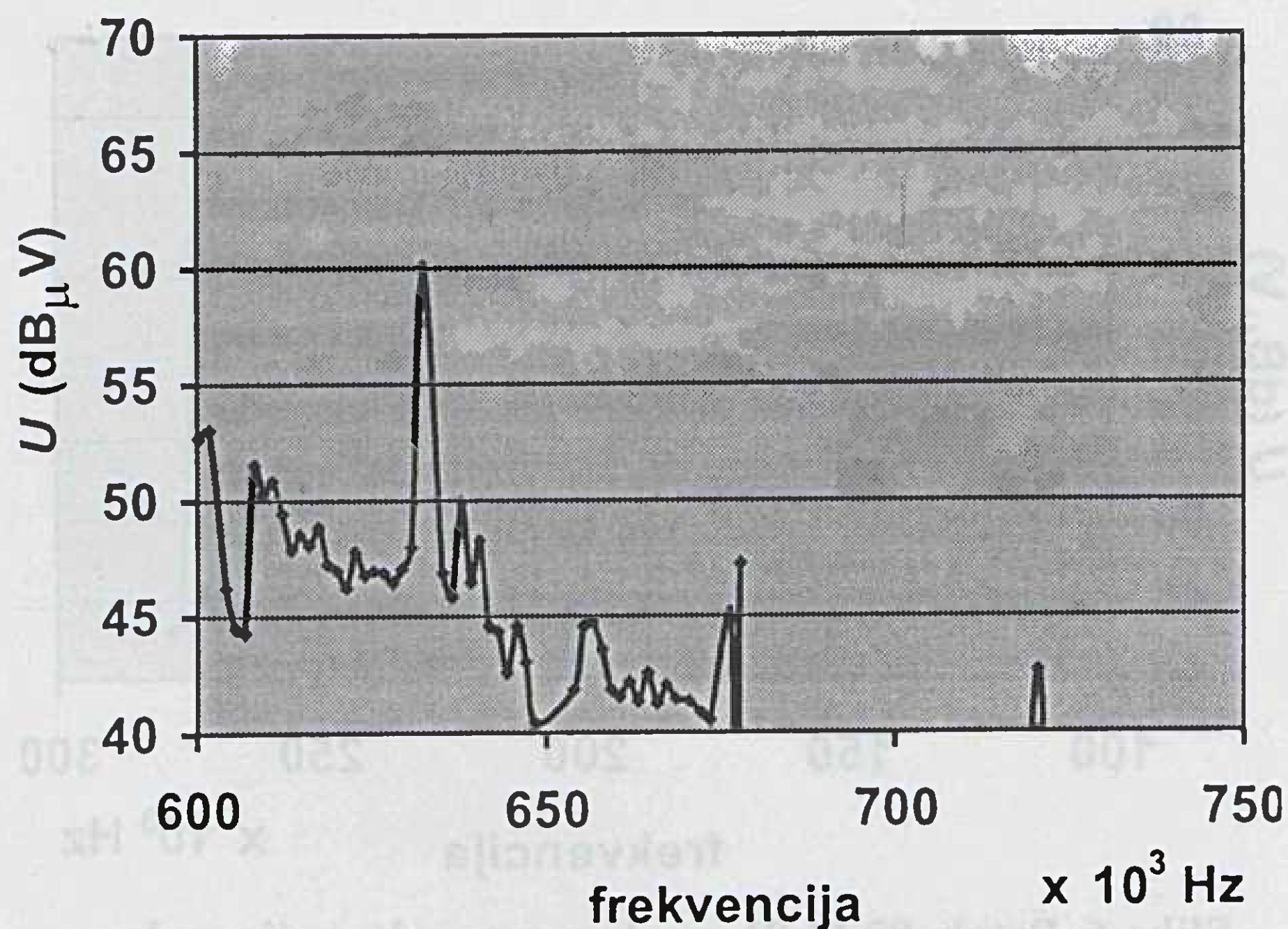
Slika 7. Petak, 02.11.01, poslovna zgrada, prije podne, radno vrijeme, BW prijemnika: 1740 Hz



Slika 8. Petak, 02.11.01, poslovna zgrada, prije podne, radno vrijeme, BW prijemnika: 1740 Hz

i po frekvencijskom pojasu. Nakon toga prikaza načinit ćemo statističku obradu rezultata, koja će biti posebno detaljna u području između 100 kHz i 800 kHz, gdje ćemo definirati model uskopojasnog šuma. Na sljedećim slikama prave mjerne podatke predstavljaju u stvari samo diskretne točke na dijagramima. One su,





Slika 9. Petak, 02.11.01, poslovna zgrada, prije podne, radno vrijeme, BW prijemnika: 1740 Hz

međutim, spojene linijama, kako bi se lakše uočio frekvencijski tijek snimljenog uskopojasnog šuma. Unatoč takvom prikazu, ovdje se ne radi o kontinuiranom spektru, osim u par vidljivih slučajeva, gdje je riječ o smetnjama koje znatno nadvisuju pozadinski šum, a imaju nešto veću širinu spektra.

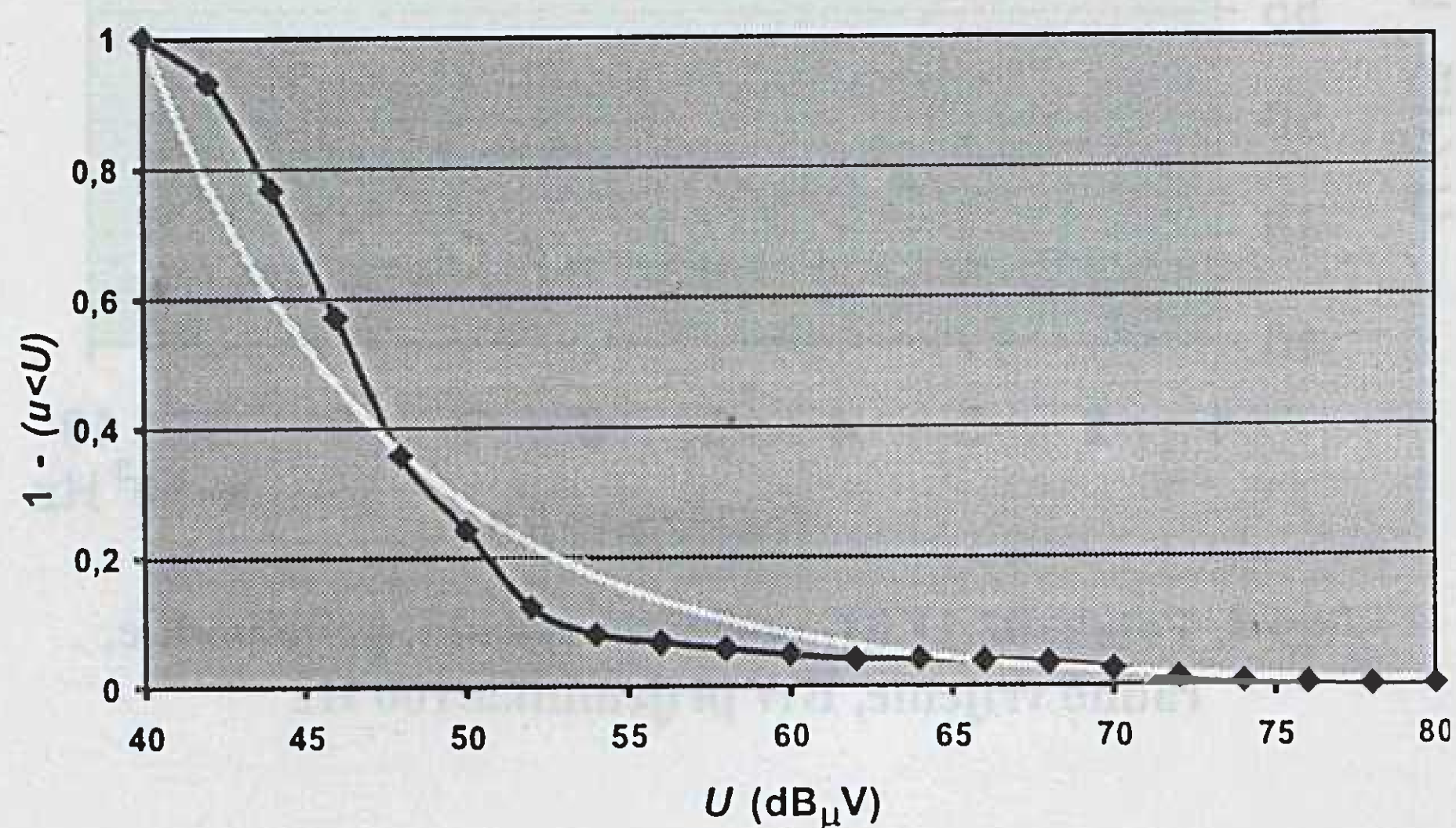
Usporedno promatranje slika koje prikazuju iste frekvencijske pojase u različita vremena i na različitim mjestima može rezultirati samo u kvalitativnoj analizi pojave uskopojasnog šuma. Za definiranje adekvatnog modela ove vrste šuma potrebno je pronaći odgovarajuće statističke parametre koji se mogu ekstrahirati iz raspoloživih podataka. Naravno da bi detaljnija, u prvom redu dugotrajnija, mjerenja dala preciznije rezultate. Mi ćemo u sljedećem poglavlju iz ovdje prezentiranih mjerenja izračunati osnovne statističke parametre nužne za uspostavu modela baziranog na njima. Pod pojmom modela šuma razumijemo matematički model kojim se može generirati stohastički proces šuma koji dovoljno dobro oponaša stvarno opaženi proces. Svrha modela je simulacija takve vrste šuma prisutne u komunikacijskom kanalu, koja se koristi prilikom istraživanja i razvoja sâmog komunikacijskog sustava. Model mora biti jednostavan i mora se moći kontrolirati pomoću malog broja parametara.

## 2. VJEROJATNOST PREKORAČENJA PO AMPLITUDI

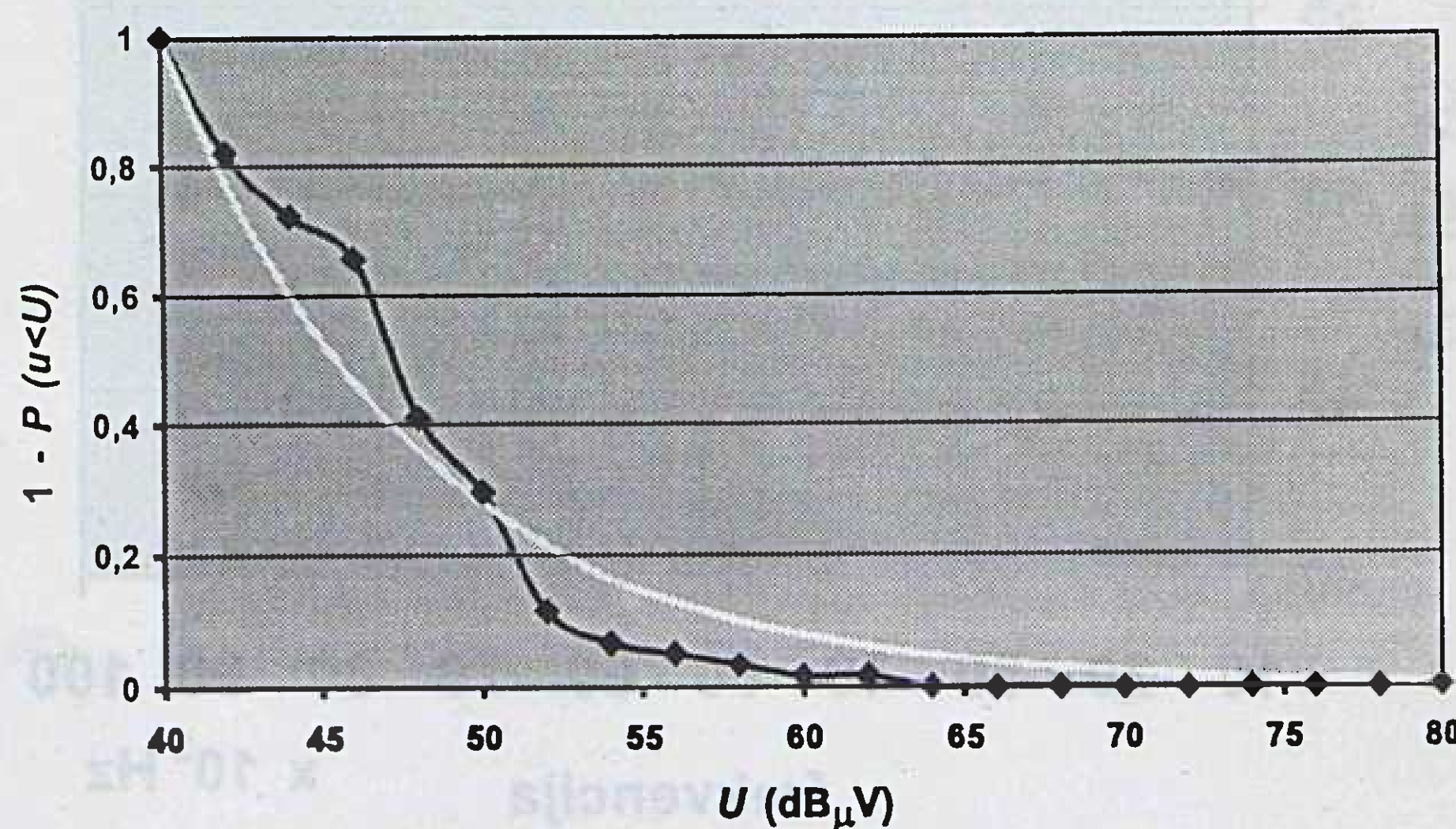
Osnovnu obradu učinit ćemo tražeći funkcije vjerojatnosti prekoračenja razine u pojedinim situacijama i u pojedinim frekvencijskim područjima. Vjerojatnost prekoračenja definiramo kao komplementarnu veličinu razdiobi stohastičke varijable  $U$ , naime razine efektivne vrijednosti napona pojedine komponente, izražene u decibelima u odnosu na  $1\mu\text{V}$ . Ako je razdioba definirana kao vjerojatnost da u stohastičkom eksperimentu varijabla poprimi vrijednost  $u$  manju od  $U$ , tj. kao  $P(u < U)$ , tada je vjerojatnost prekoračenja jednaka  $1 - P(u < U)$ .

Na sljedećim slikama, od 10 do 16, prikazat ćemo vjerojatnosti prekoračenja po razini u području od 100 kHz do 800 kHz, i to u sedam različitih situacija, snimljenih u poslovnoj zgradi i u stambenoj kući. Na slikama ćemo odmah, zajedno s mjernim rezultatima, davati i krivulju eksponencijalne razdiobe koja je metodom najmanjih kvadrata pronađena kao najbolji opis mjerenih podataka. Naime, kao što će se na slikama jasno vidjeti, translatarena eksponencijalna razdioba prilično dobro opisuje većinu snimljenih pojava, tako da se ona bez sumnje može koristiti kao dobar statistički model razdiobe amplituda. Prije toga ćemo opisati u najkraćem izračun parametra koji karakterizira eksponencijalnu razdiobu. Zbog toga ćemo, samo za potrebe računanja u ovome poglavlju, definirati pomoćne varijable sa sljedećim značenjima:  $x = U - 40$  dB $\mu\text{V}$ , odnosno  $y = 1 - P(u < U)$ .

Iz mjerenih podataka možemo lako dobiti ovisnosti vjerojatnosti prekoračenja,  $y$ , o varijabli  $x$ , koja predstavlja nadvišenje razine detektiranih komponenti iznad 40 dB $\mu\text{V}$ . Recimo da tu ovisnost izračunamo u  $N$  točaka, tj. za  $N$  vrijednosti veličine  $x$  odredimo vjerojatnost prekoračenja kao omjer broja detektiranih komponenti koje imaju veću ili jednaku razinu od  $U$  i ukupnog broja detektiranih komponenti. Pomoću tih točaka,  $(x_i, y_i)$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ , pokušavamo metodom najmanjih kvadrata pronaći aproksimaciju  $y \approx \exp(-\lambda x)$ . Važno je da ova funkcija automatski zadovoljava uvjet da mora biti jednaka 1 kada  $x$  poprima vrijednost 0, jer je  $y$  funkcija

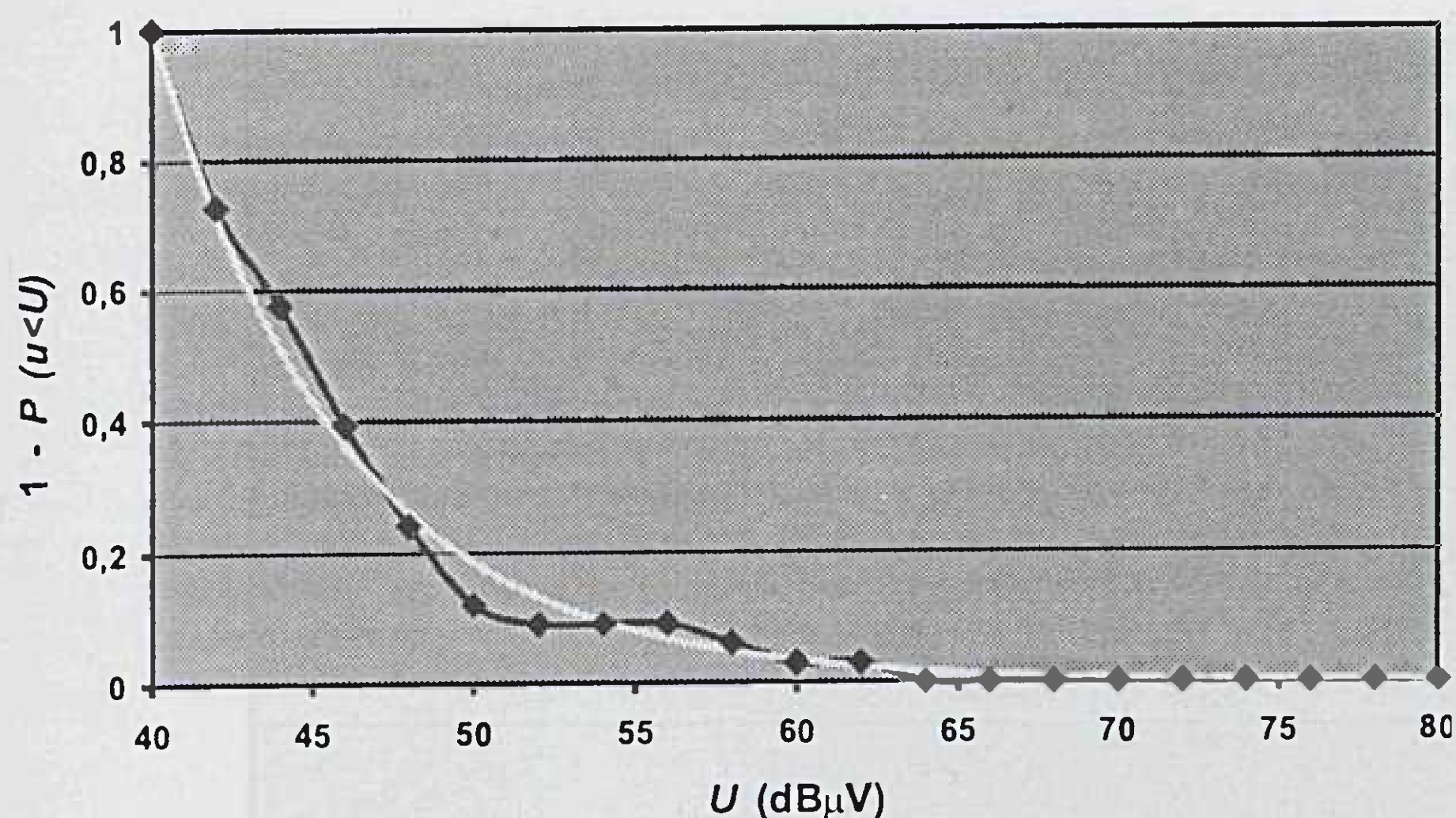


Slika 10. Petak, 02.11.01, poslovna zgrada, prije podne, radno vrijeme, 100-800 kHz,  $\lambda = 0.126140535132$

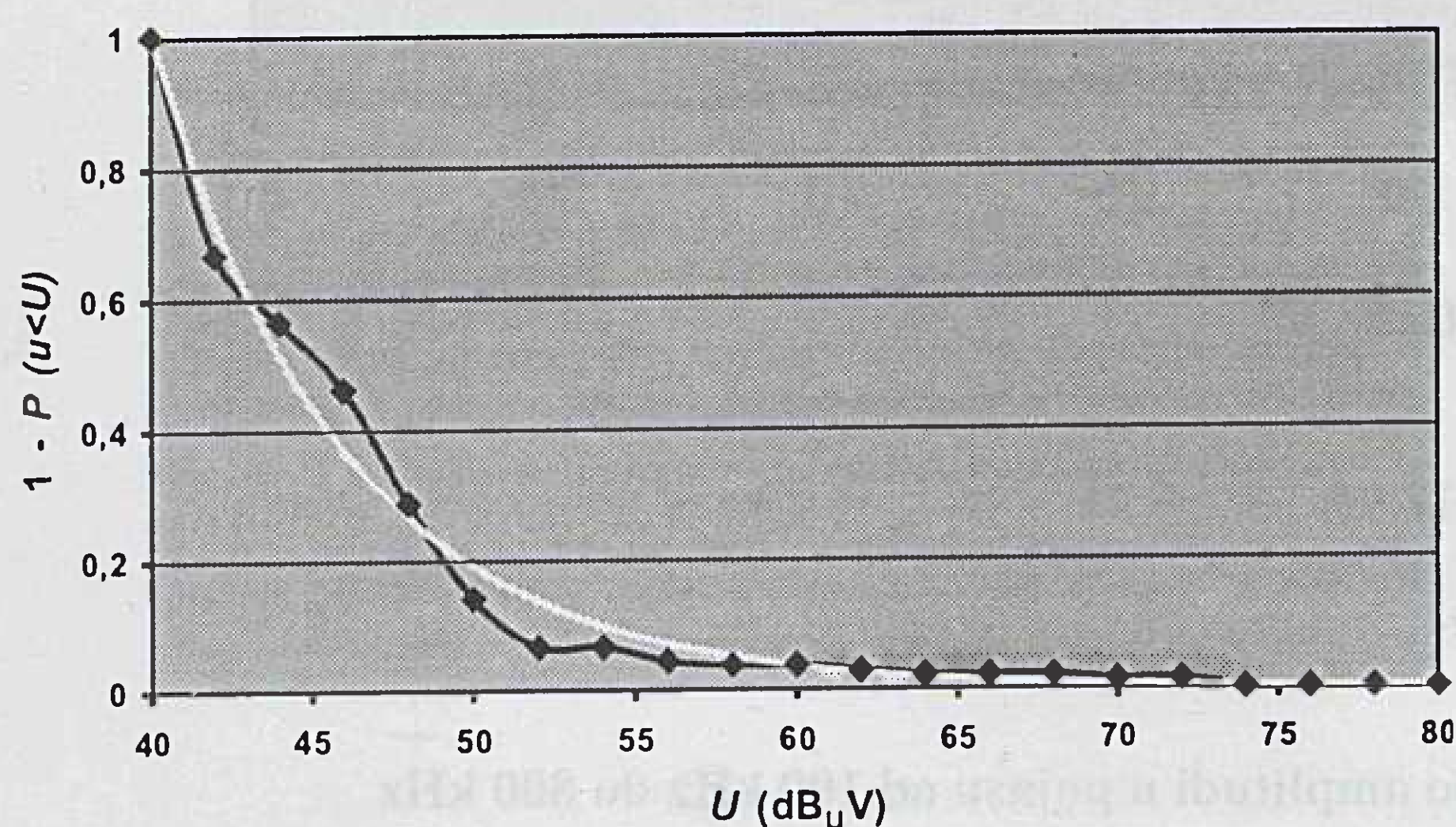


Slika 11. Petak, 02.11.01, poslovna zgrada, poslije podne, nakon radnog vremena, 100-800 kHz,  $\lambda = 0.127780843542$

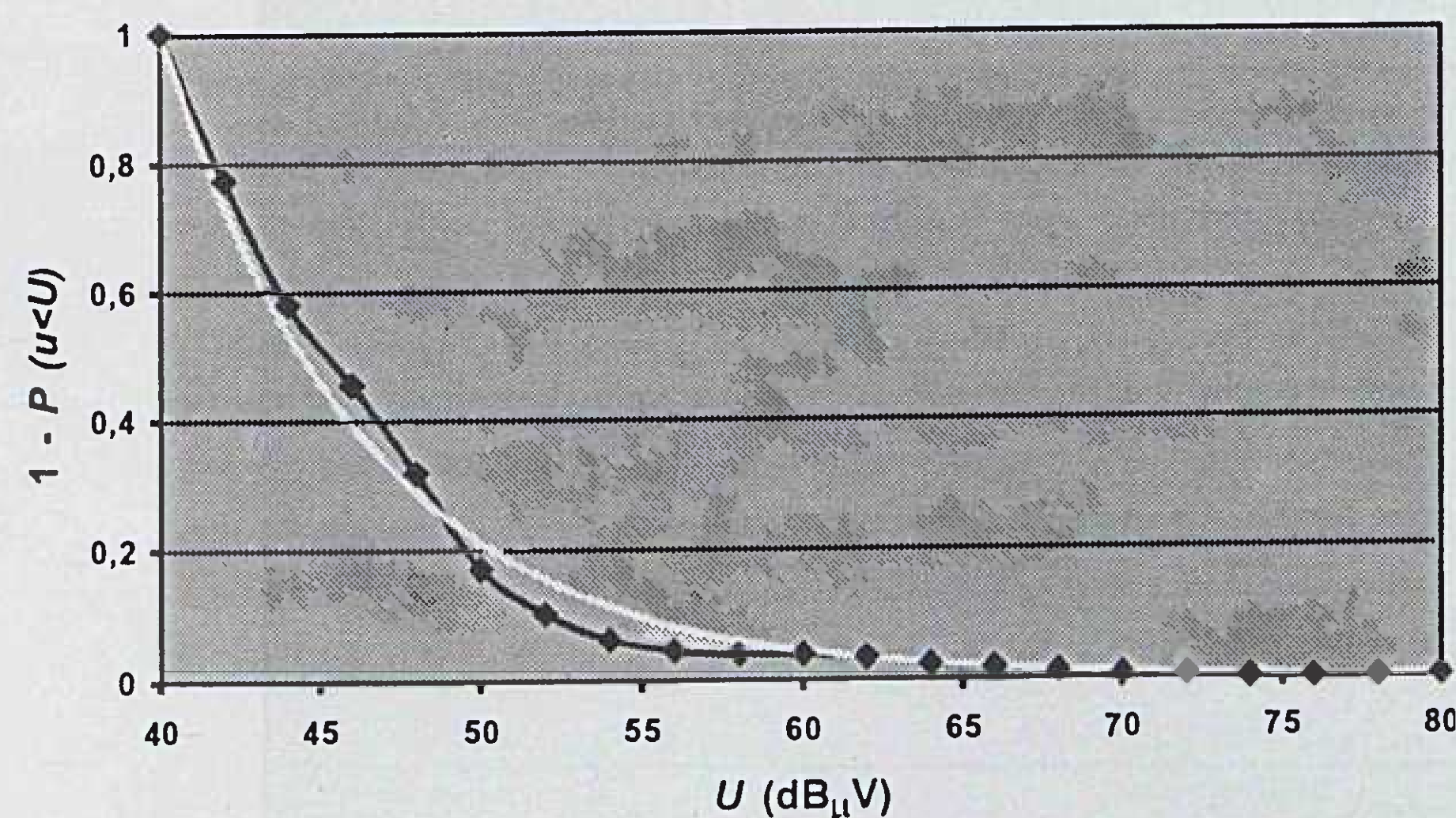




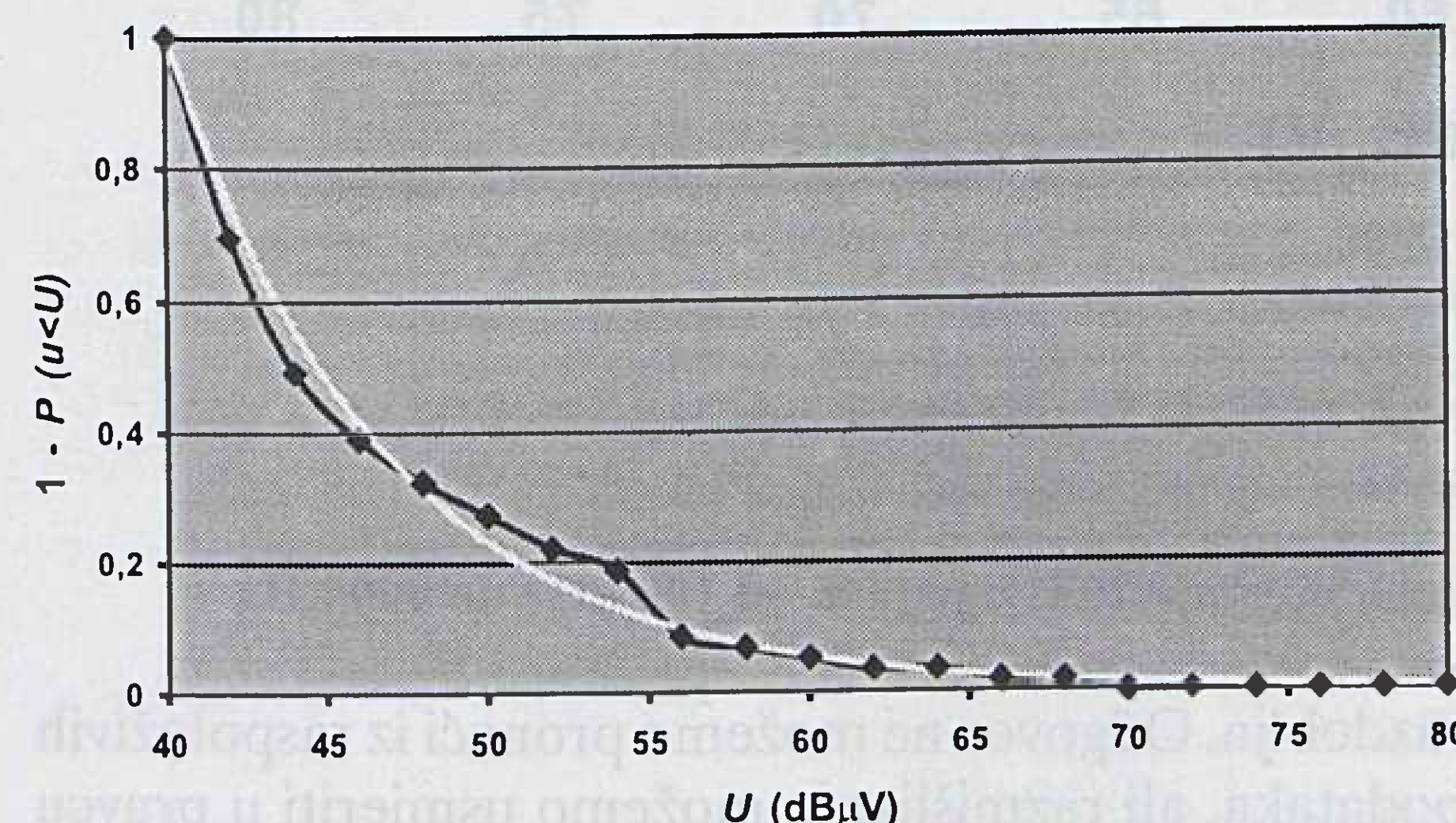
Slika 12. Petak, 02.11.01, poslovna zgrada, navečer, nakon radnog vremena, 100-800 kHz,  $\lambda = 0.168005976885$



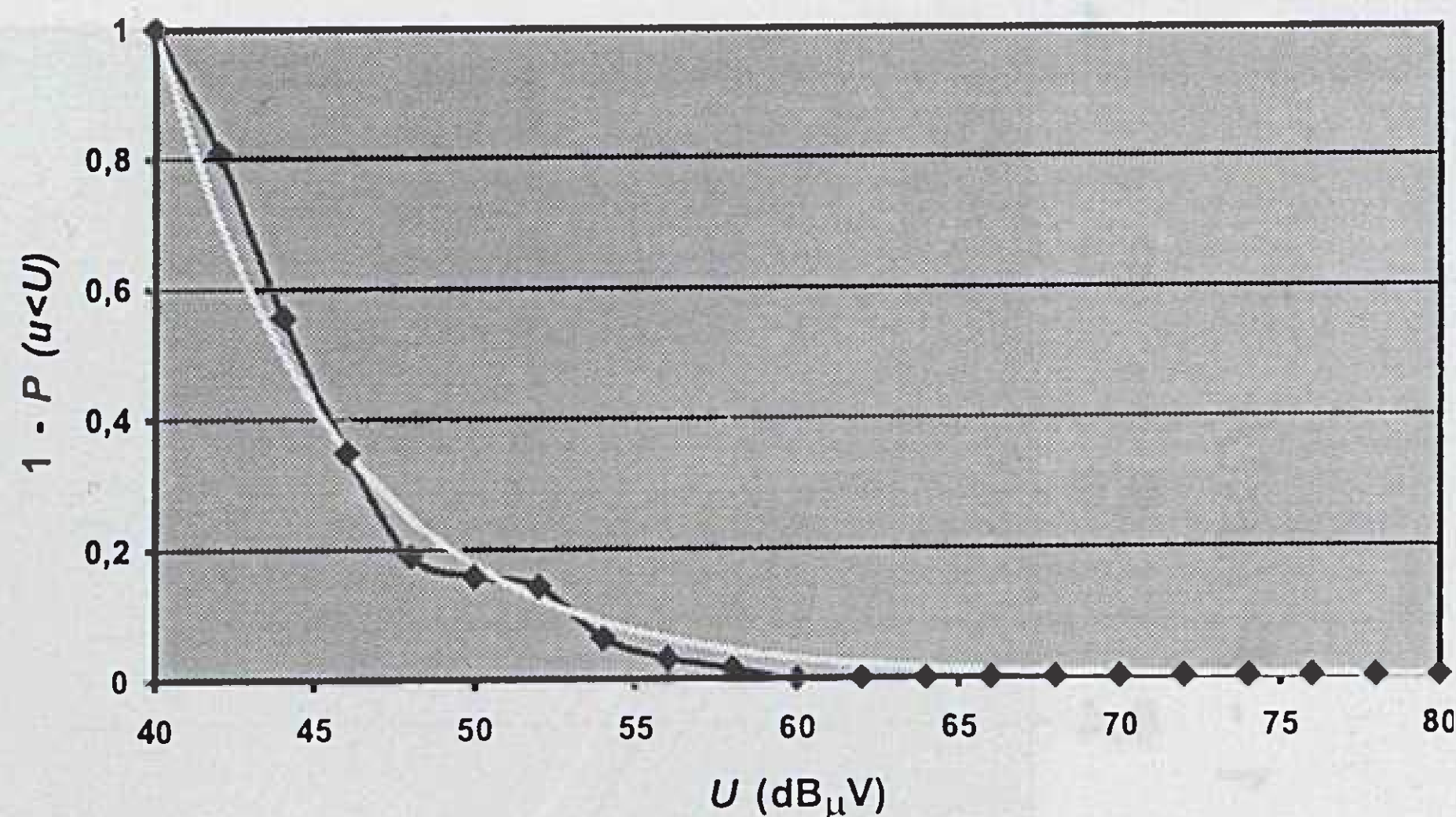
Slika 13. Subota, 03.11.01, poslovna zgrada, poslije podne, 100-800 kHz,  $\lambda = 0.165257690157$



Slika 14. Subota, 03.11.01, poslovna zgrada, navečer, 100-800 kHz,  $\lambda = 0.155334148272$



Slika 15. Subota, 03.11.01, kuća, između 22:40 i 24:00, 100-800 kHz,  $\lambda = 0.146468590814$



Slika 16. 03.11.01, kuća, između 22:40 i 24:00, 100-800 kHz,  $\lambda = 0.173451573675$

komplementarna razdiobi. Ukupna kvadratna pogreška aproksimacije evaluirana u svih  $N$  točaka iznosi:

$$Q = \sum_{i=1}^N [\exp(-\lambda x_i) - y_i]^2 \quad (1)$$

Derivacija te veličine po jedinom parametru, koja mora biti jednaka nuli, glasi:

$$\frac{\partial Q}{\partial \lambda} = 2 \sum_{i=1}^N [\exp(-\lambda x_i) - y_i] \cdot \exp(-\lambda x_i) \cdot (-x_i) = 0 \quad (2)$$

Iz toga iščitavamo lijevu i desnu stranu jednadžbe za  $\lambda$ , koje ćemo označiti sa  $a$  i  $b$ :

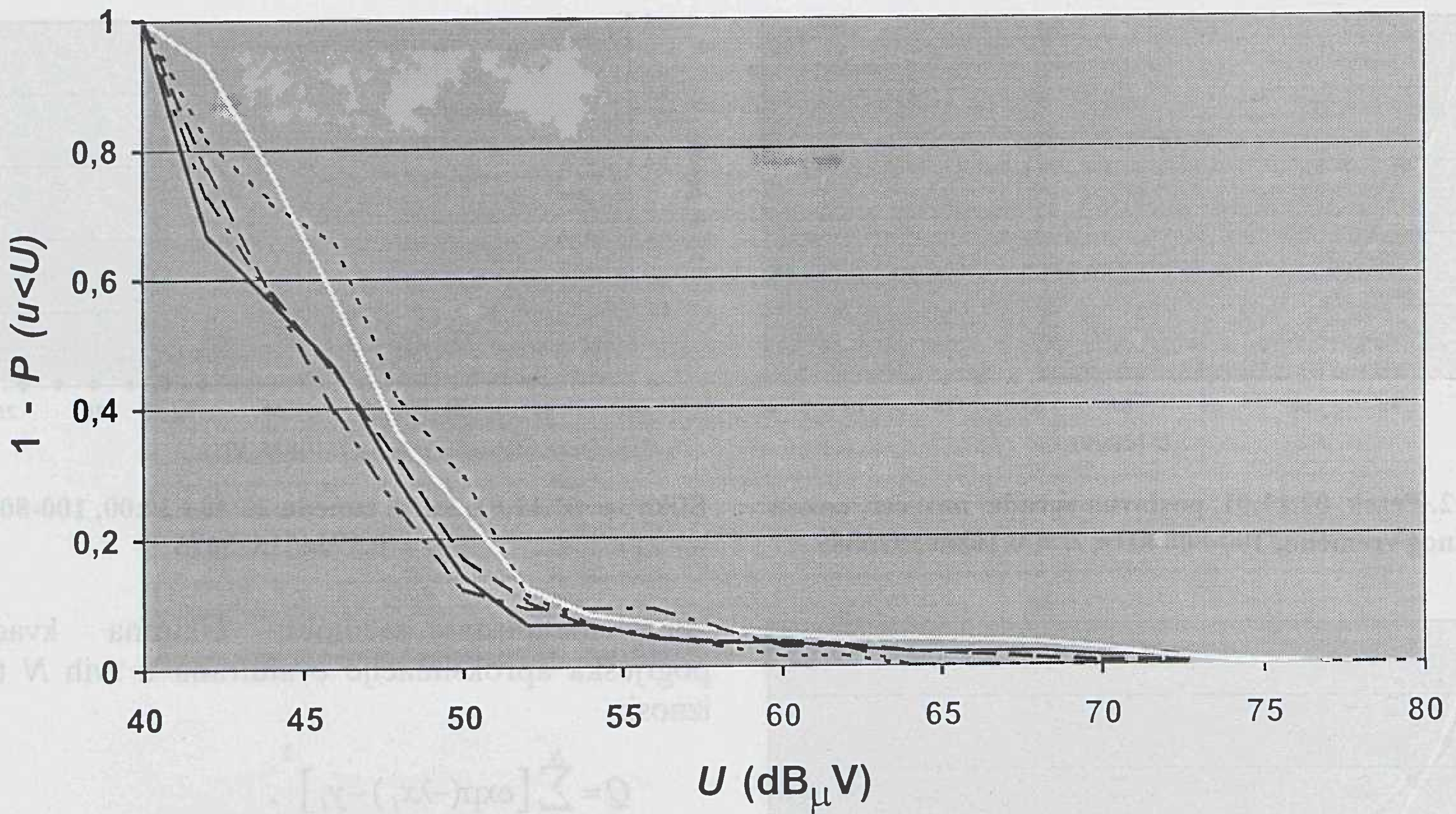
$$a = \sum_{i=1}^N x_i \cdot \exp(-2\lambda x_i) \quad (3)$$

$$b = \sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i \cdot \exp(-\lambda x_i).$$

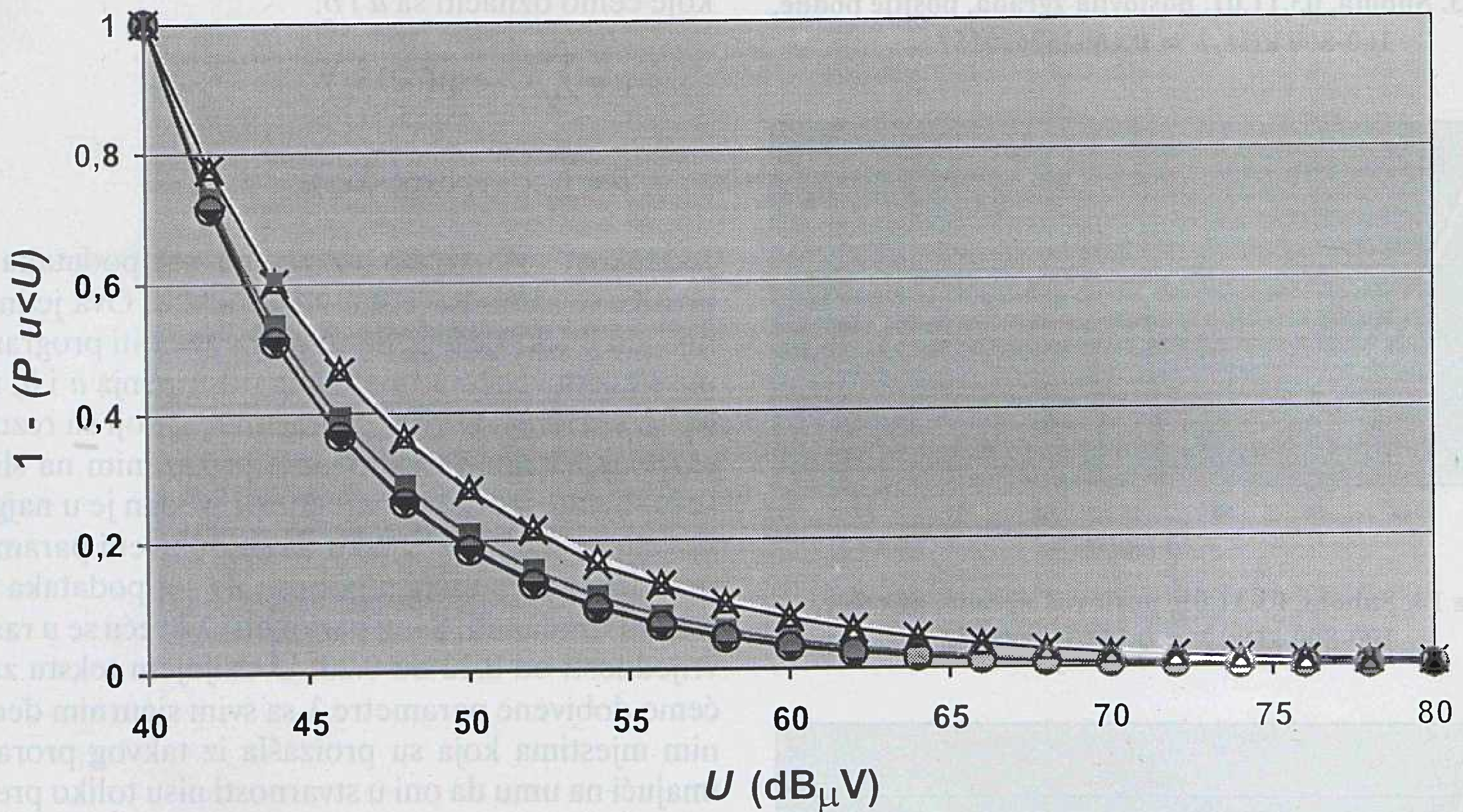
Jednakost ovih izraza uz zadani set podataka  $(x_i, y_i)$  postiže se samo uz jednu vrijednost  $\lambda$ . Ova jednadžba nije analitički rješiva, pa se mora načiniti program koji minimizira veličinu relativnog odstupanja  $a$  i  $b$ , naime  $(a - b)/(a + b)$ . U svim proračunima, koji su rezultirali eksponencijalnim razdiobama prikazanim na slikama koje slijede, modul te vrijednosti sveden je u najgorem slučaju na  $2.65 \cdot 10^{-12}$ , tako da su dobiveni parametri  $\lambda$  praktički posve točni u odnosu na set podataka iz kojega su izračunati. Sami parametri  $\lambda$  kreću se u rasponu vrijednosti od 0.12 do 0.23. U daljnjem tekstu zapisat ćemo dobivene parametre  $\lambda$  sa svim sigurnim decimalnim mjestima koja su proizašla iz takvog proračuna, imajući na umu da oni u stvarnosti nisu toliko precizno određeni, odnosno da oni sami ovise o izboru točaka iz kojih su izračunati, a točnost modela ovisi o mjernoj nesigurnosti sadržanoj u tim točkama.

Slike 17 i 18 pokazuju ovisnost parametra razdiobe,  $\lambda$ , o vremenu u kojem su prikupljeni podaci pomoću kojih je su razdiobe izračunate. Sve razdiobe odnose se na poslovnu zgradu. Vremena snimanja unešena su dosta precizno. Iz njih se vidi da tijekom radnog dana, petka, razdioba biva takvoga karaktera, da favorizira veće amplitude, što znači da je parametar  $\lambda$  manji. Ipak, u petak navečer razdioba poprima karakteristiku kakvu





Slika 17. Usporedba vjerojatnosti prekoračenja po amplitudi u pojasu od 100 kHz do 800 kHz



Slika 18. Usporedba izračunatih eksponencijalnih razdioba po amplitudi u pojasu od 100 kHz do 800 kHz

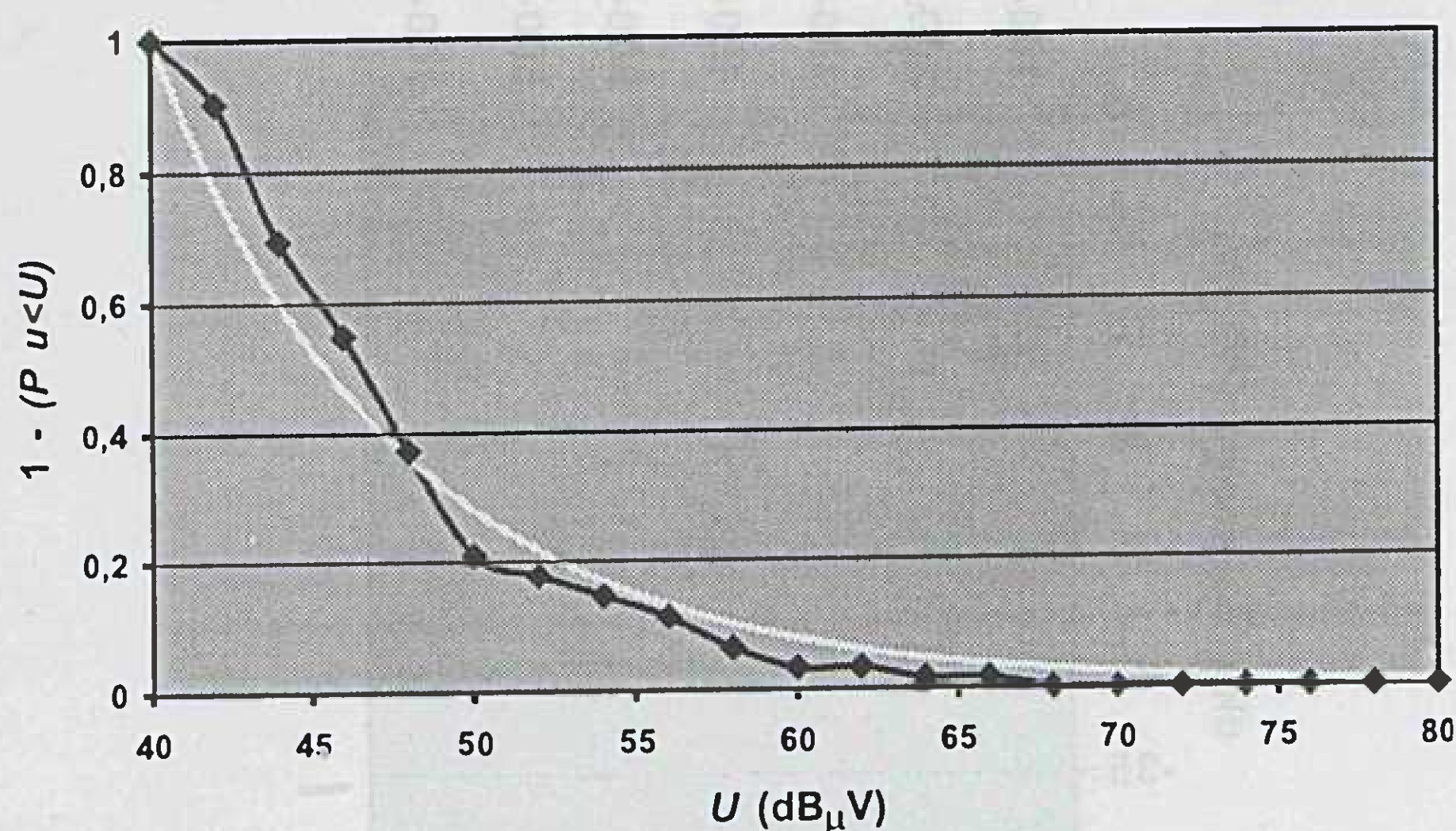
inače ima u subotu, dakle za trajanja vikenda. Zanimljivo je pitanje zbog čega karakteristika načinjena u petak oko 17 sati, dakle dosta nakon završetka radnog vremena, nije već tada poprimila obilježje "mirnijeg"

razdoblja. Odgovor ne možemo pronaći iz raspoloživih podataka, ali razmišljanje možemo usmjeriti u pravcu sagledavanja utjecaja dnevnog dijagrama opterećenja elektroenergetskog sustava, koji upravo u tom razdo-

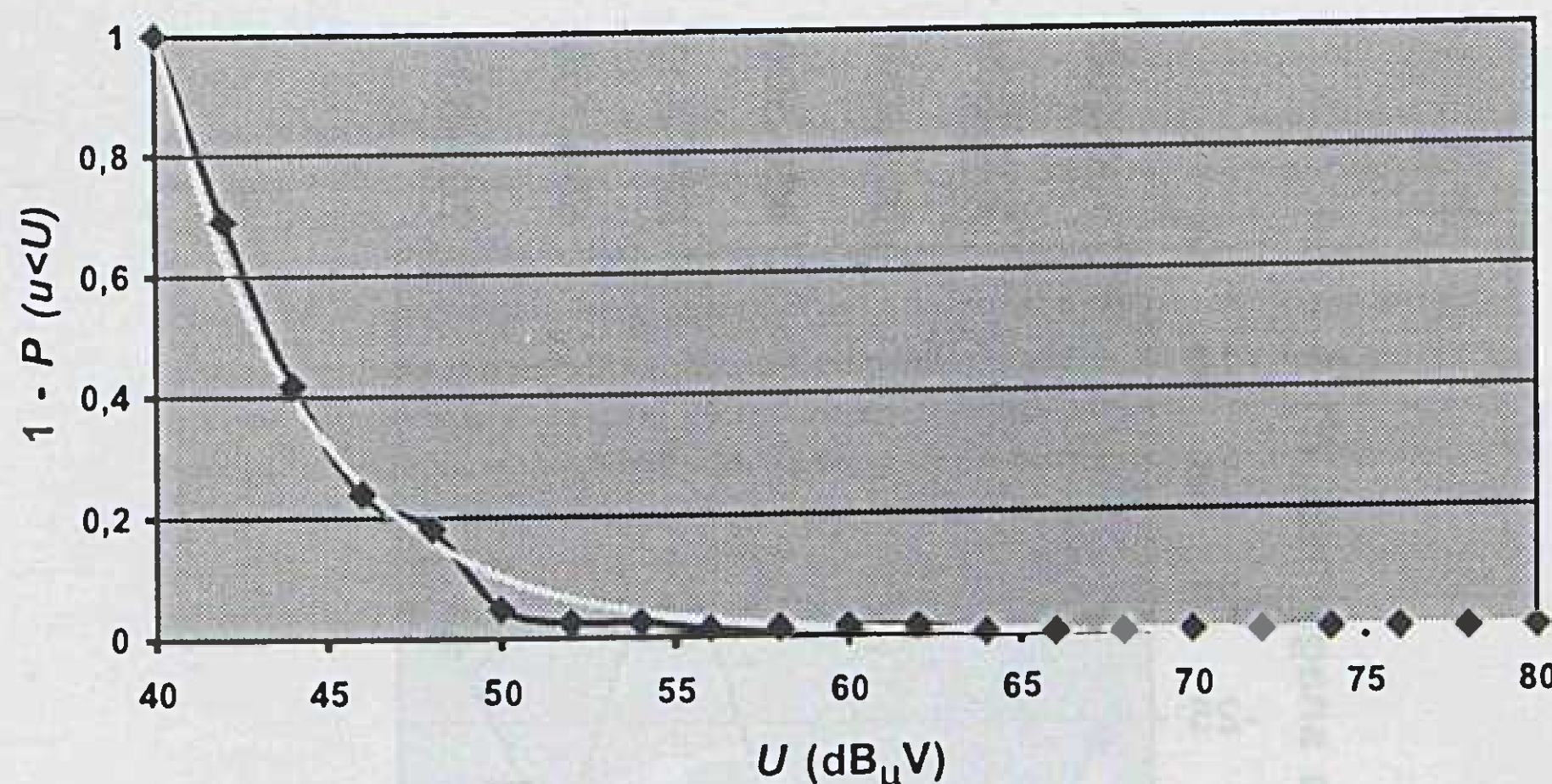


blju doživljava svoj vrhunac. Vjerojatno je da pozadinski šum pokazuje korelaciju s opterećenjem sustava, a uskopojasne komponente se svojom snagom superponiraju na "pod" pozadinskog šuma. Da bi se razlučio utjecaj opterećenja elektroenergetske mreže na spomenute dvije vrste šuma, bilo bi potrebno načiniti dugotrajna mjerenja, kroz sva godišnja doba. No, nama ovdje nije cilj odgovoriti na pitanje o podrijetlu šuma, odnosno o vezi između opterećenja mreže i pojedine vrste šuma, u ovom slučaju uskopojasnog, nego nam je zadatak formirati jednostavan model šuma, a to možemo s raspoloživim podacima.

U nastavku, na slikama 19 i 20, dajemo izmjerene vjerojatnosti prekoračenja amplitude, kao i izračunate optimalne eksponencijalne razdiobe za zadane podatke, u frekvenzijskim opsezima od 0.8 do 1.6 MHz i od 1.6 do 20 MHz, snimljene oko ponoći između 3. i 4. studenog 2001. u stambenoj kući u Zagrebu.



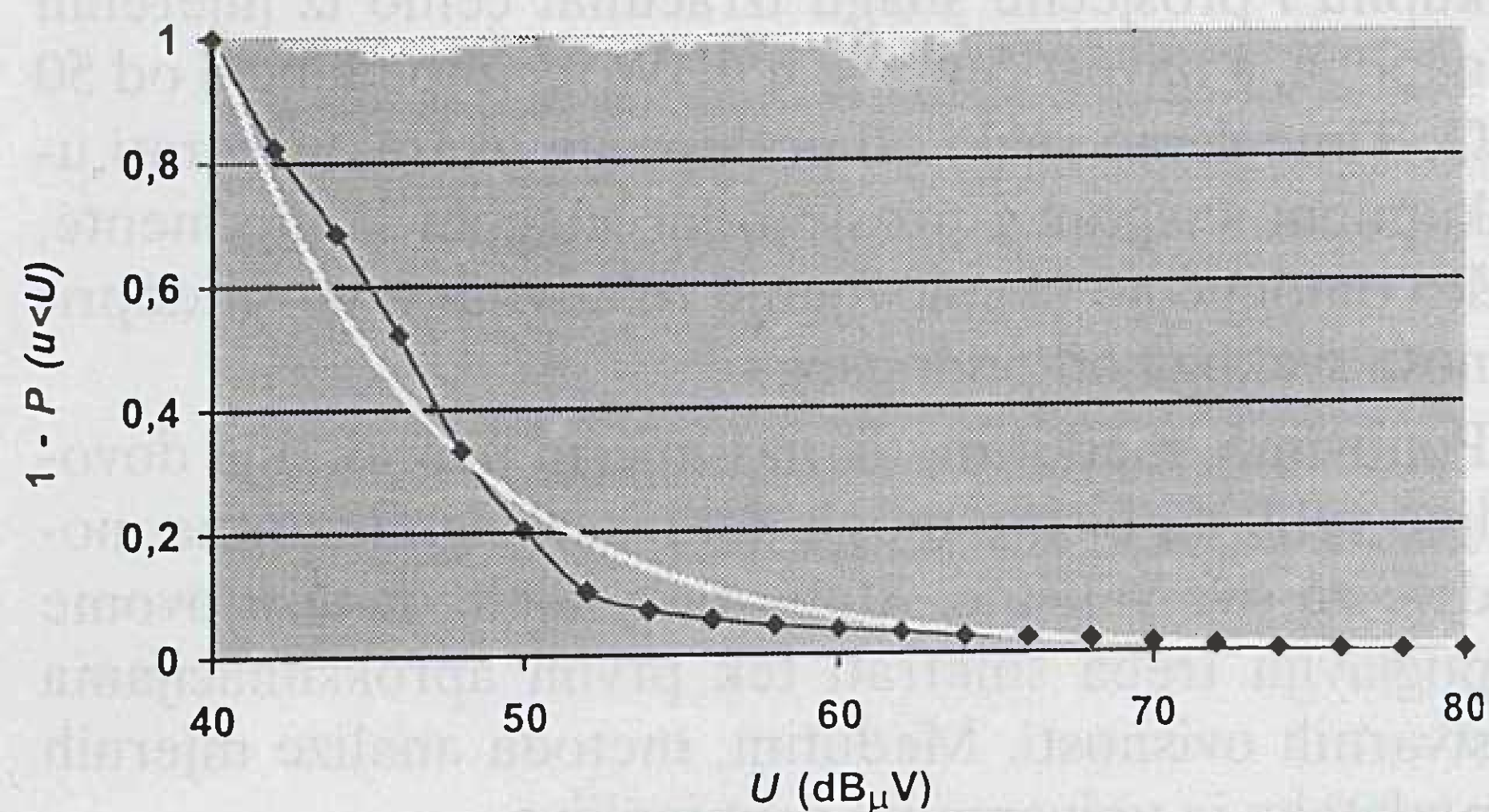
Slika 19. Subota, 03.11.01, kuća, između 23:30 i 24:00, 800-1600 kHz,  $\lambda = 0.127335230288$



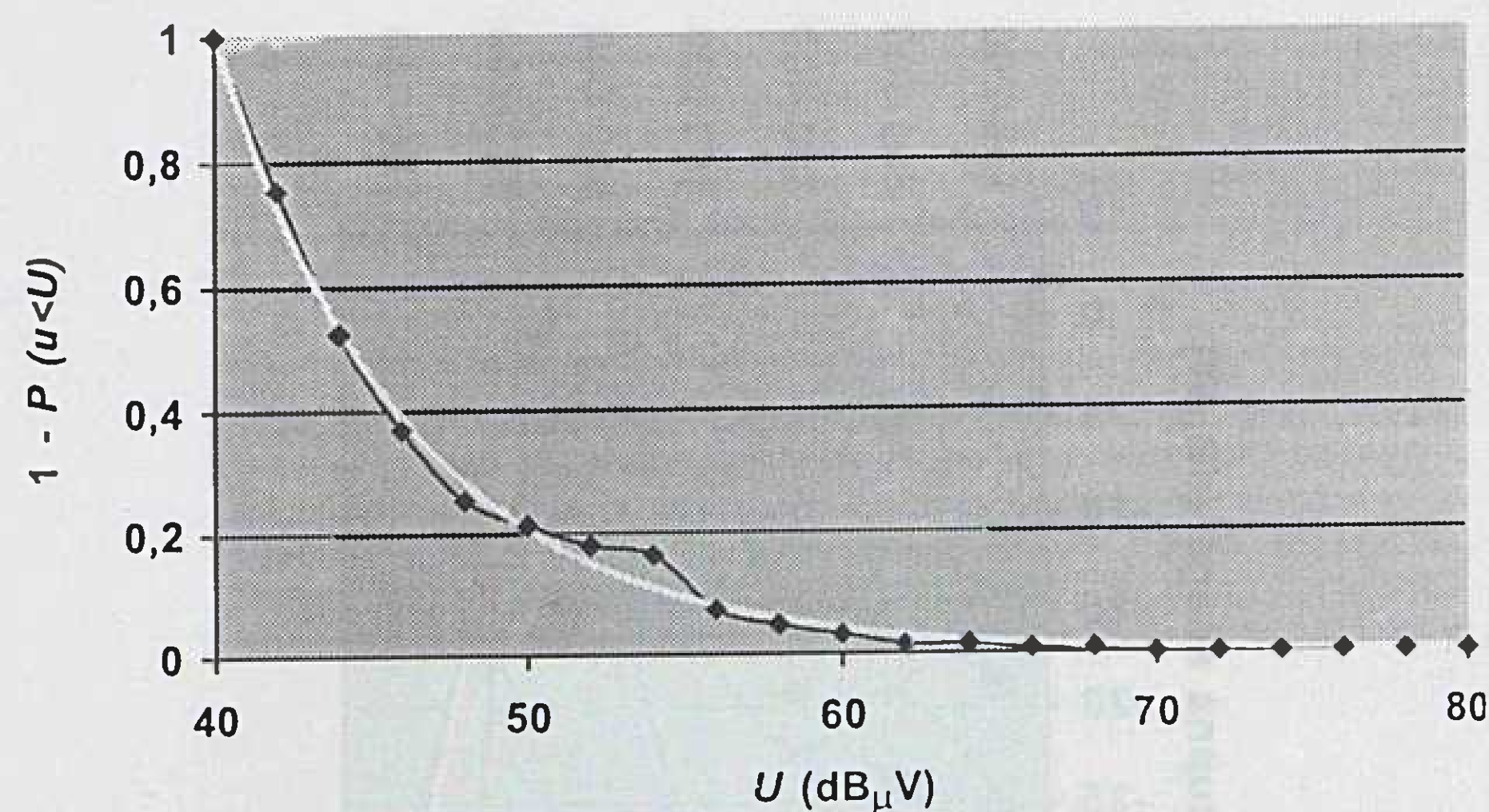
Slika 20. Subota, 03.11.01, kuća, između 23:30 i 24:00, 1.6-20 MHz,  $\lambda = 0.229038866268$

Na slici 21, dajemo prikaz sumarnih rezultata mjerenja funkcija vjerojatnosti prekoračenja (crta s označenim točkama) i odgovarajućih optimalnih eksponencijalnih aproksimacija (bijela linija). Graf (a) prikazuje te podatke za sva mjerenja koja su provedena u poslovnoj zgradi, a odnosi se na opseg frekvencija od 100 do 800 kHz. Dijagram (b) daje iste podatke za sva mjerenja provedena u stambenoj kući, također u opsegu od 100 do 800 kHz. Na slici 22 vidimo pak vjerojatnost prekoračenja i adekvatnu aproksimaciju za sva uopće provedena mjerenja, u opsegu od 100 kHz do 20 MHz. Računske vrijednosti parametra napisane su ispod

svake slike. Vidimo da i ovako sumarno izražene vjerojatnosti prekoračenja slijede u osnovi eksponencijalni tijek, s odstupanjima sličnog karaktera kao i u do sada prezentiranim rezultatima.

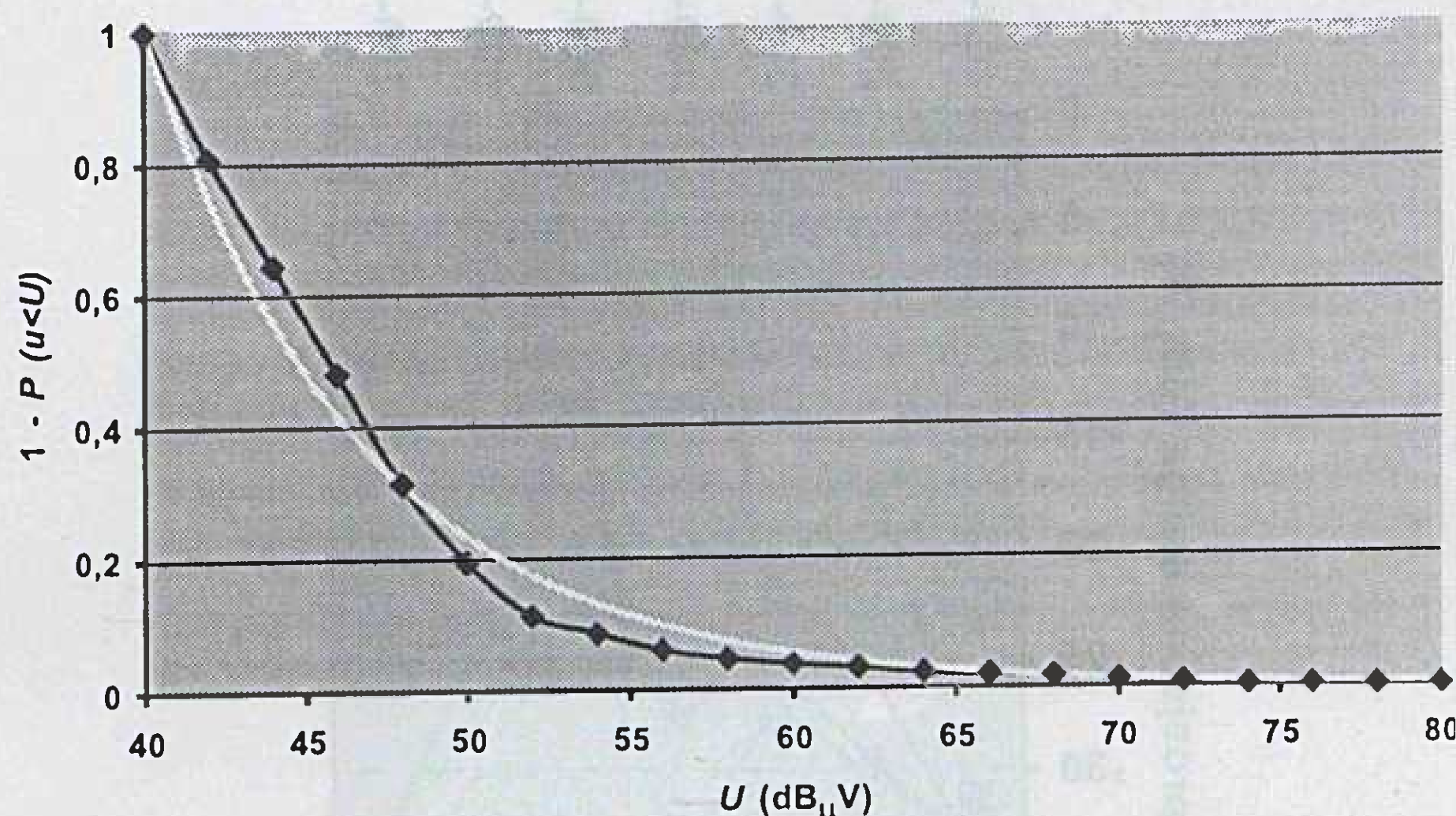


(a):  $\lambda = 0.139617630583$



(b):  $\lambda = 0.157427975198$

Slika 21. Vjerojatnosti prekoračenja i optimalne eksponencijalne aproksimacije za: (a) sva mjerenja koja su provedena u poslovnoj zgradi u opsegu od 100 do 800 kHz; (b) sva mjerenja koja su provedena u stambenoj kući u opsegu od 100 do 800 kHz



Slika 22. Vjerojatnost prekoračenja i optimalna eksponencijalna aproksimacija za sva provedena mjerenja, u frekvenzijskom opsegu od 100 kHz do 20 MHz,  $\lambda = 0.127335230288$

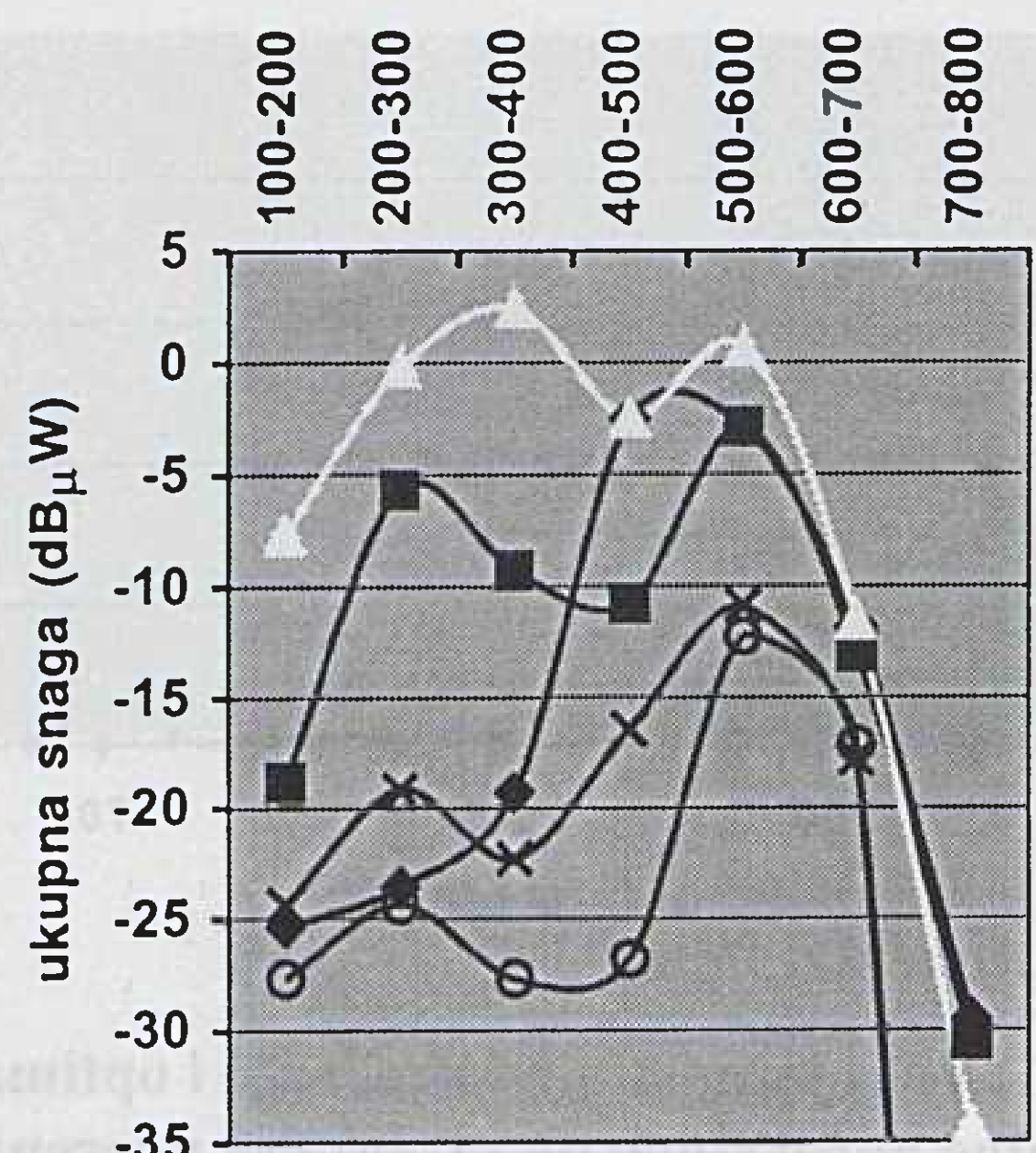
### 3. RAZDIOBA UKUPNE SNAGE USKOPOJASNOG ŠUMA

Vjerojatnost prekoračenja sama po sebi nije dovoljna za definiciju modela šuma. U ovome poglavlju raspraviti ćemo raspodjelu ukupne snage detektiranih uskopojasnih smetnji po frekvenzijskim podopsezima

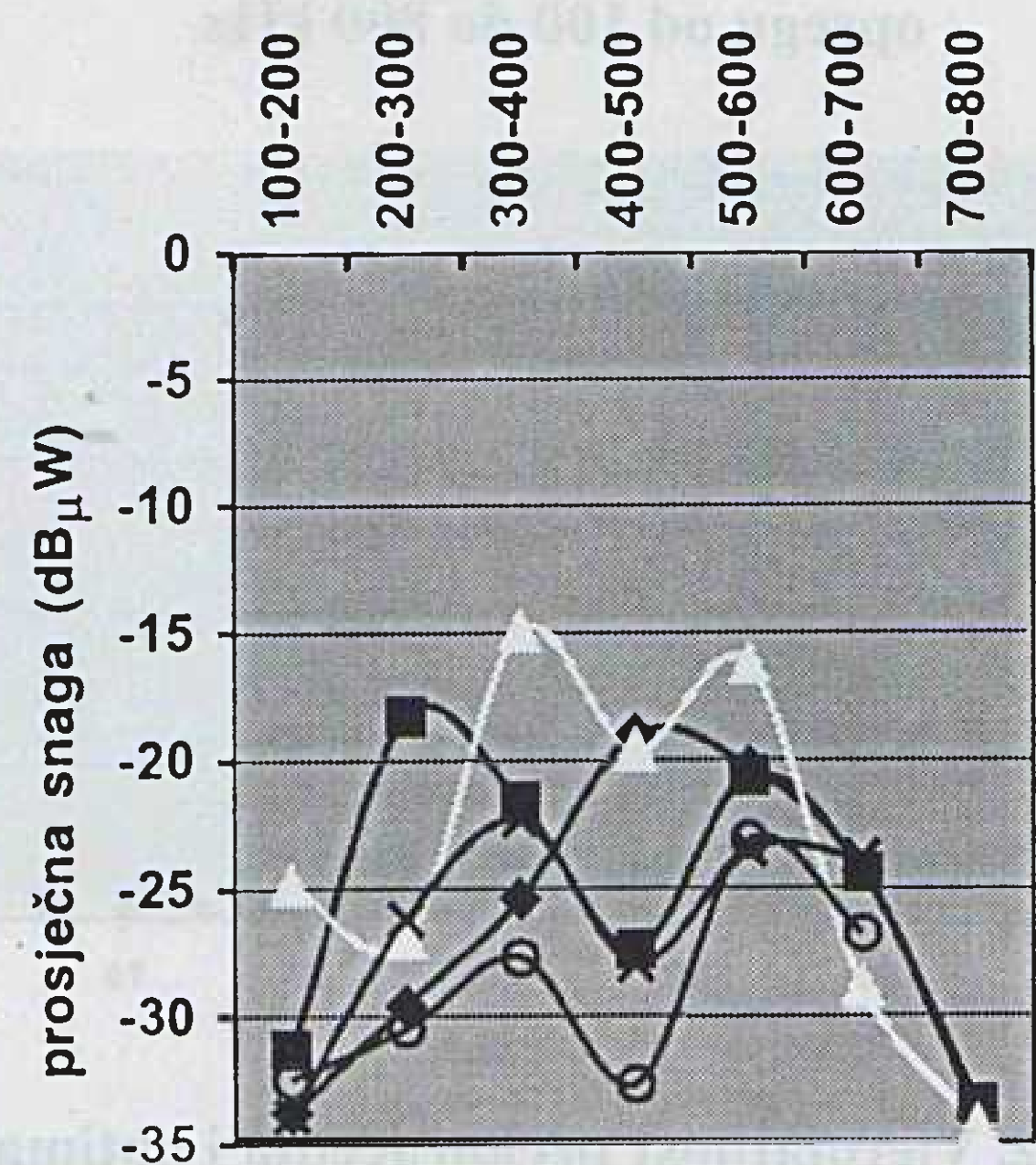


širokim 100 kHz, unutar opsega od 100 do 800 kHz. Također ćemo dati prosječnu snagu komponente. Prosječna snaga jednaka je omjeru ukupne snage i broja detektiranih uskopojasnih komponenti. I ukupnu i prosječnu snagu izračunat ćemo iz mjerenih napona, a navest ćemo je u dBW na impedanciji od 50  $\Omega$ . Time ćemo svaki od podopsega okarakterizirati ukupnom snagom i prosječnom snagom komponente, što omogućuje ustanovljenje relativnih odnosa doprinosa svakoga od podopsega.

Ponovimo, međutim, da naš mjerni uzorak nije dovoljno velik da bismo mogli definirati signifikantne modele za ove veličine. Stoga raspodjele dane u ovome poglavlju treba smatrati tek prvim aproksimacijama stvarnih ovisnosti. Međutim, metoda analize mjernih podataka je univerzalno primjenljiva.



(a) frekvencijski podopseg (kHz)



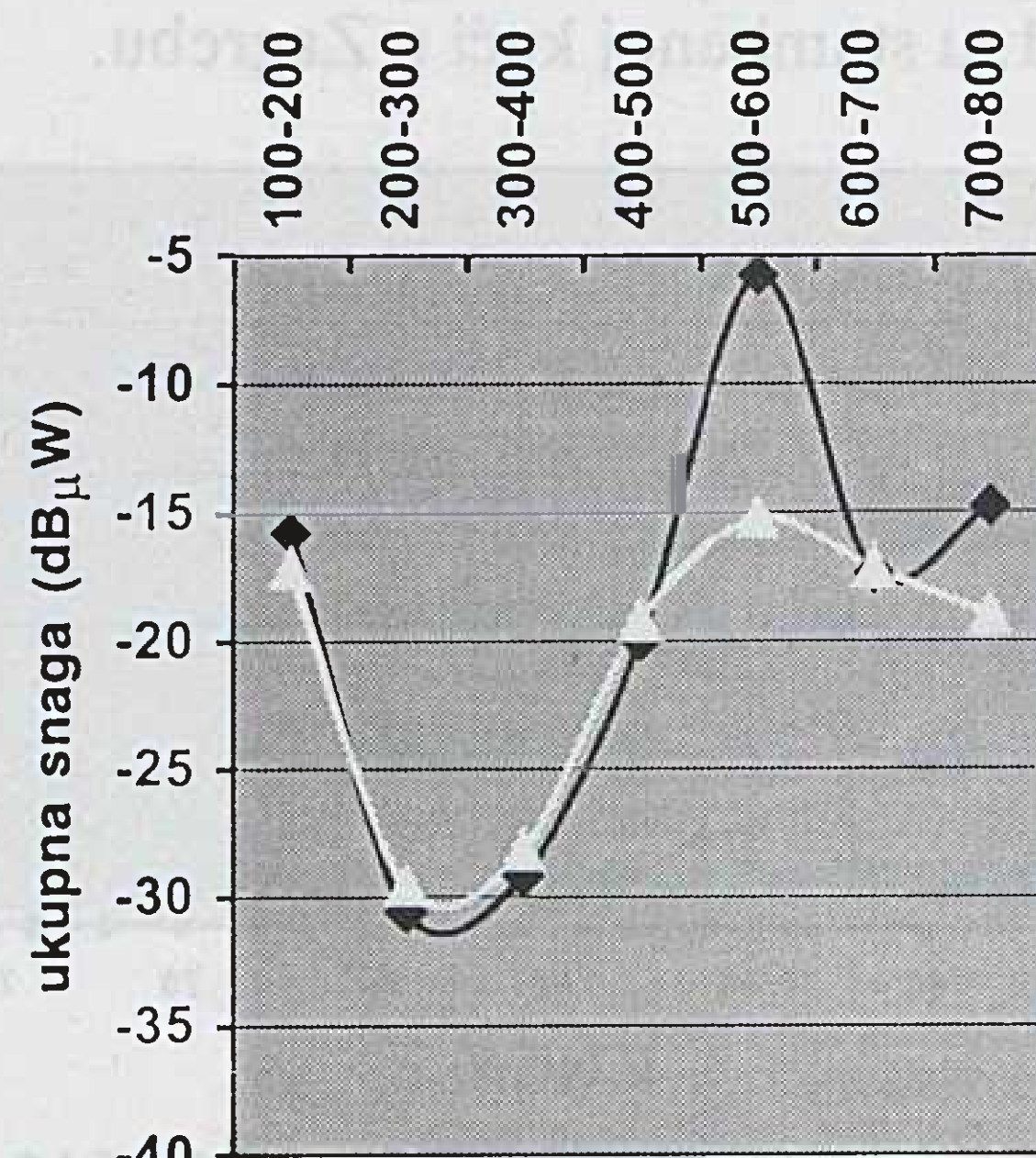
(b) frekvencijski podopseg (kHz)

Romb: poslovna zgrada, subota, 03.11.01, 15:25-16:00.  
 Kvadrat: poslovna zgrada, subota, 03.11.01, 16:24-17:07  
 Kružić: poslovna zgrada, petak, 02.11.01, 20:30-20:43  
 Križić: poslovna zgrada, petak, 02.11.01, 17:03-17:24  
 Trokut: poslovna zgrada, petak, 02.11.01, 10:17-15:10

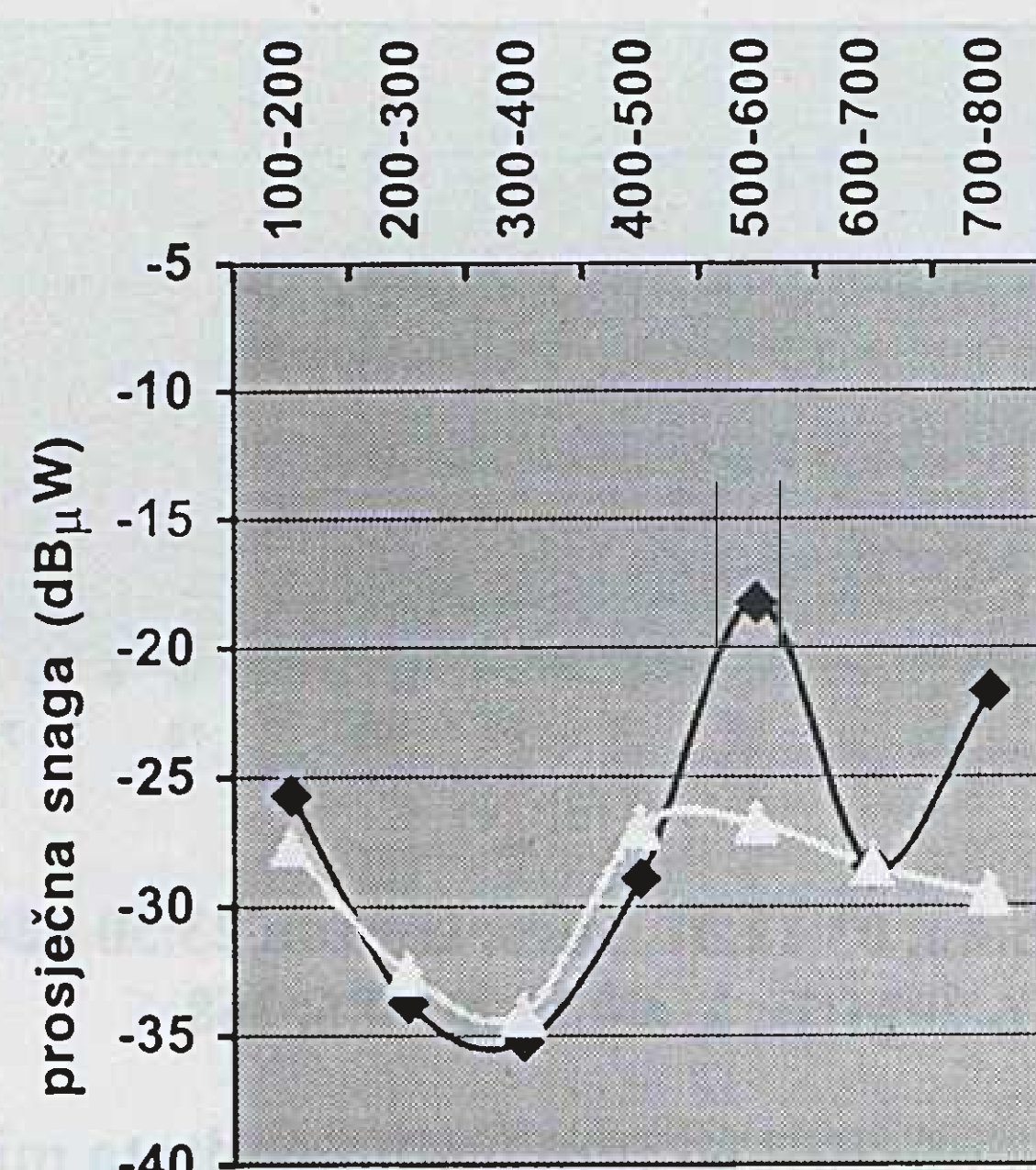
**Slika 23. Raspodjela ukupne snage (a) i prosječne snage po komponenti (b) u poslovnoj zgradi u naznačeno vrijeme. Za dvije krivulje na slici (b) (križić i kružić) nema podatka za podopojas od 700-800 kHz, jer u njemu nije bila detektirana niti jedna komponenta razine iznad 40 dB $\mu$ V.**

Prikazi na slikama u izvornom obliku imaju karakter histograma, ali će, samo radi bolje preglednosti, biti nacrtani kao kontinuirane krivulje. One bi se mogle doista konstruirati promatranjem unutar manjih frekvencijskih podopsega, pri čemu bi iznosi snaga, naravno, bili manji u skladu s novom širinom podopsega. Zbog toga slike koje slijede treba shvatiti kao histograme čije vrijednosti se očitavaju u točkama označenim markerima.

Na slici 23 vidimo da ukupna snaga izražena u decibelima u osnovi slijedi zakonitost koja bi se mogla aproksimirati polinomom 4. stupnja, jedino što krivulja za subotu poslije 15 sati ima izvjesnu anomaliju u odnosu na ostale. Slika 24 daje iste podatke izračunate iz podataka izmjerenih u stambenoj kući.



(a) frekvencijski podopseg (kHz)



(b) frekvencijski podopseg (kHz)

Tamna linija: stambena kuća, subota, 03.11.01, 23:08-23:28  
 Bijela linija: stambena kuća, nedjelja, 04-11-01, 02:09-02:25

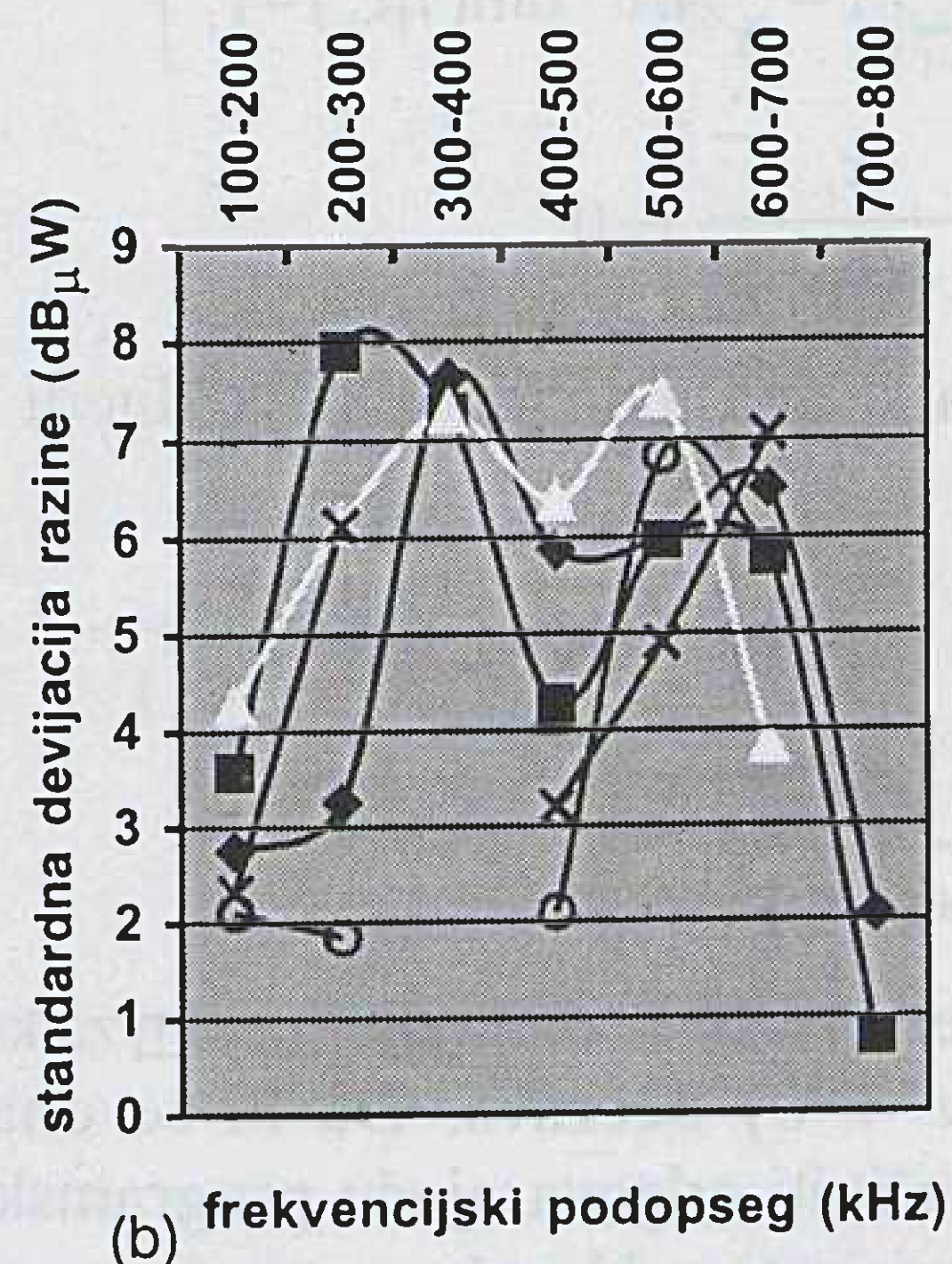
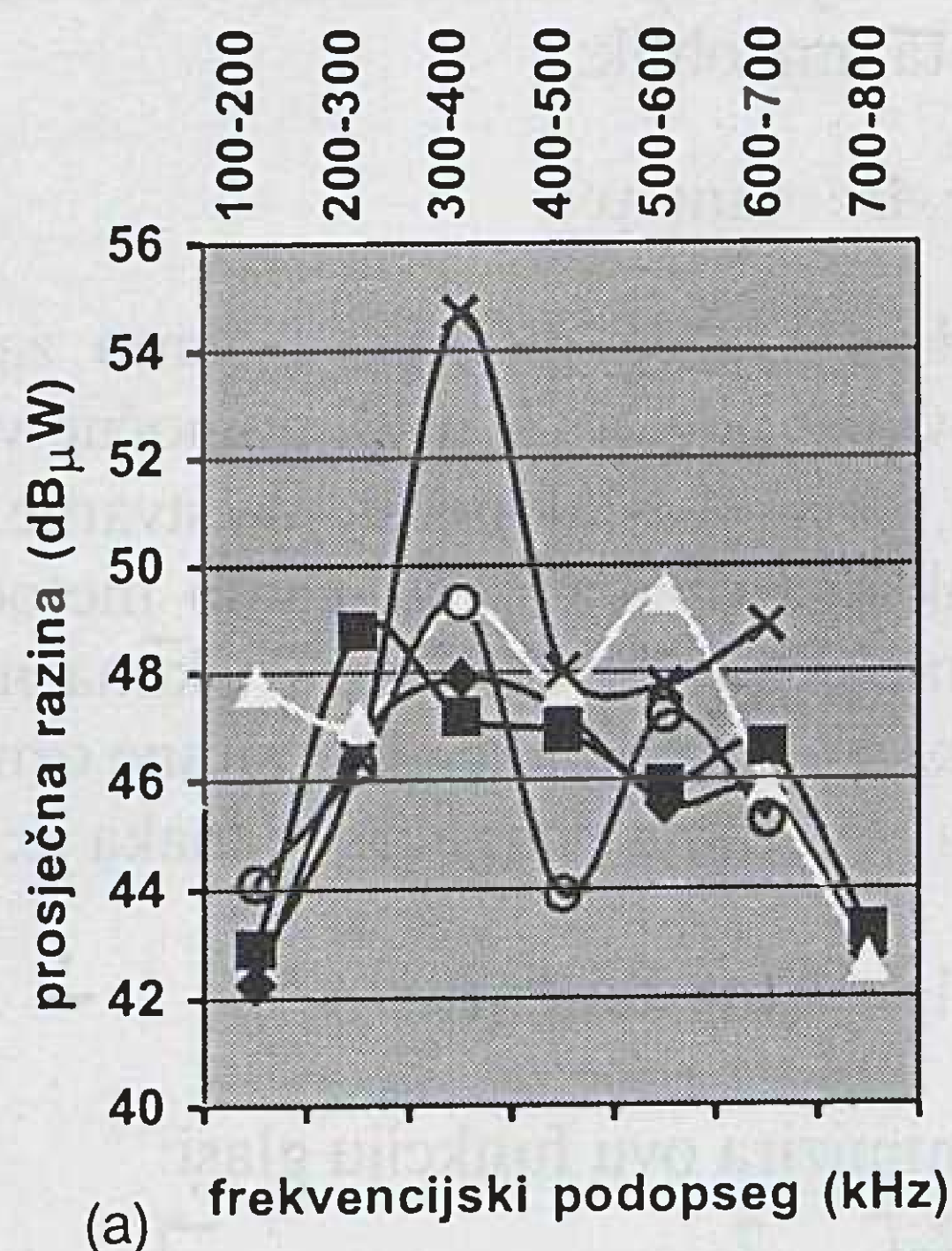
**Slika 24. Raspodjela ukupne snage (a) i prosječne snage po komponenti (b) u stambenoj kući u naznačeno vrijeme. Vidi se veliki porast snage u podopojasevima 500-600 kHz i 700-800 kHz u kasnim noćnim satima, koji potječe od izdizanja komponenti srednjevalnih radijskih odašiljača.**



#### 4. PROSJEČNA RAZINA I STANDARDNA DEVIJACIJA RAZINE

U ovome poglavlju dajemo ovisnost srednje razine detektiranih komponenti u  $\text{dB}\mu\text{V}$  u pojedinim podopsezima, kao u prethodnom poglavlju, te ovisnost standardne devijacije razine u istim tim frekvencijskim područjima. Ovi podaci važan su sastavni dio modela šuma. Oni omogućuju simuliranje situacije u kojoj imamo više diskretnih uskopojasnih komponenti u svakom podopsegu, pri čemu one nisu jednake po snazi, odnosno amplitudi. Sljedeće slike, 25 i 26, također imaju karakter histograma, ali su zbog bolje preglednosti prikazane kao krivulje.

Usporedivši slike 25 i 26 sa 23 i 24 vidjet ćemo da evidentno postoji jaka veza između standardne devijacije



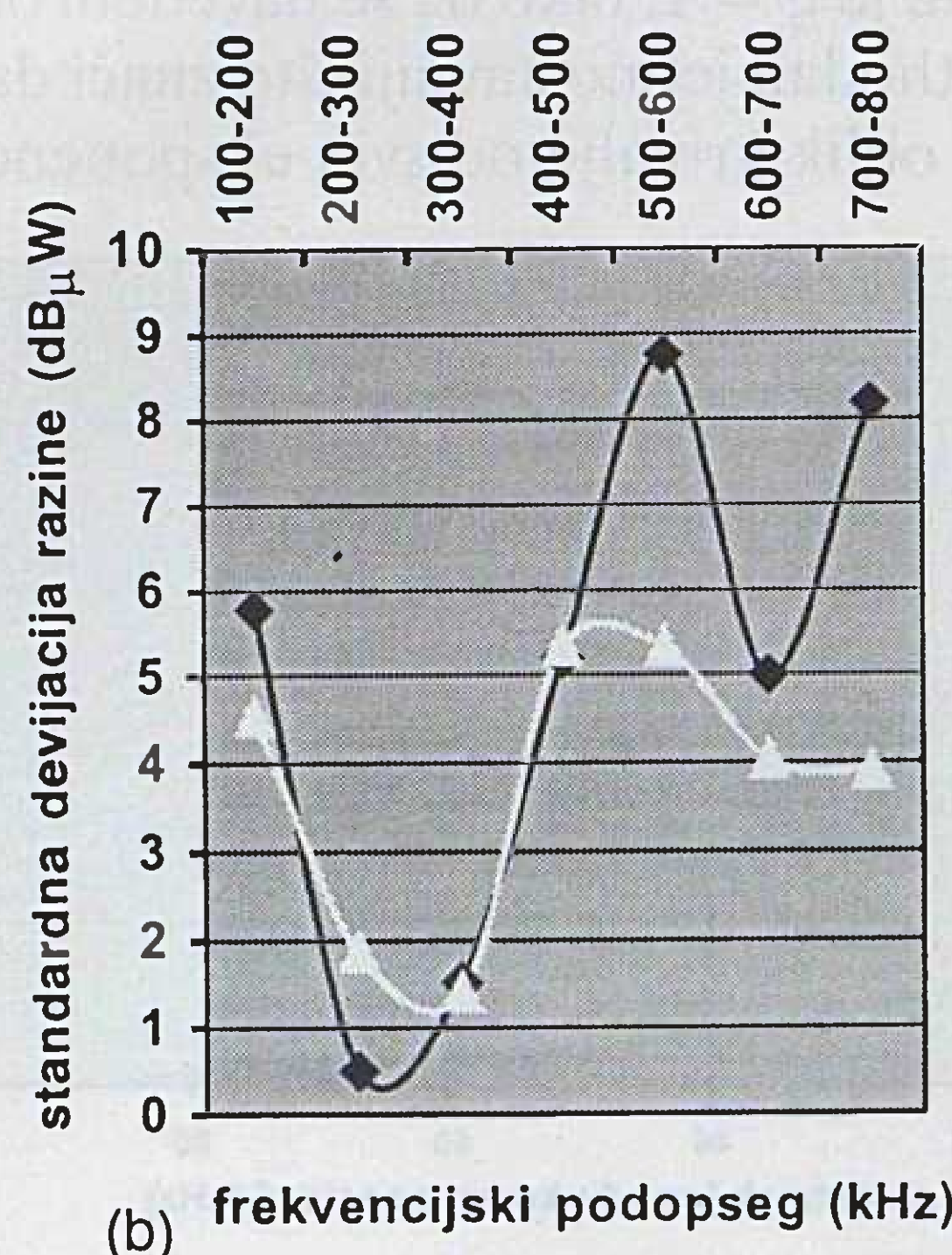
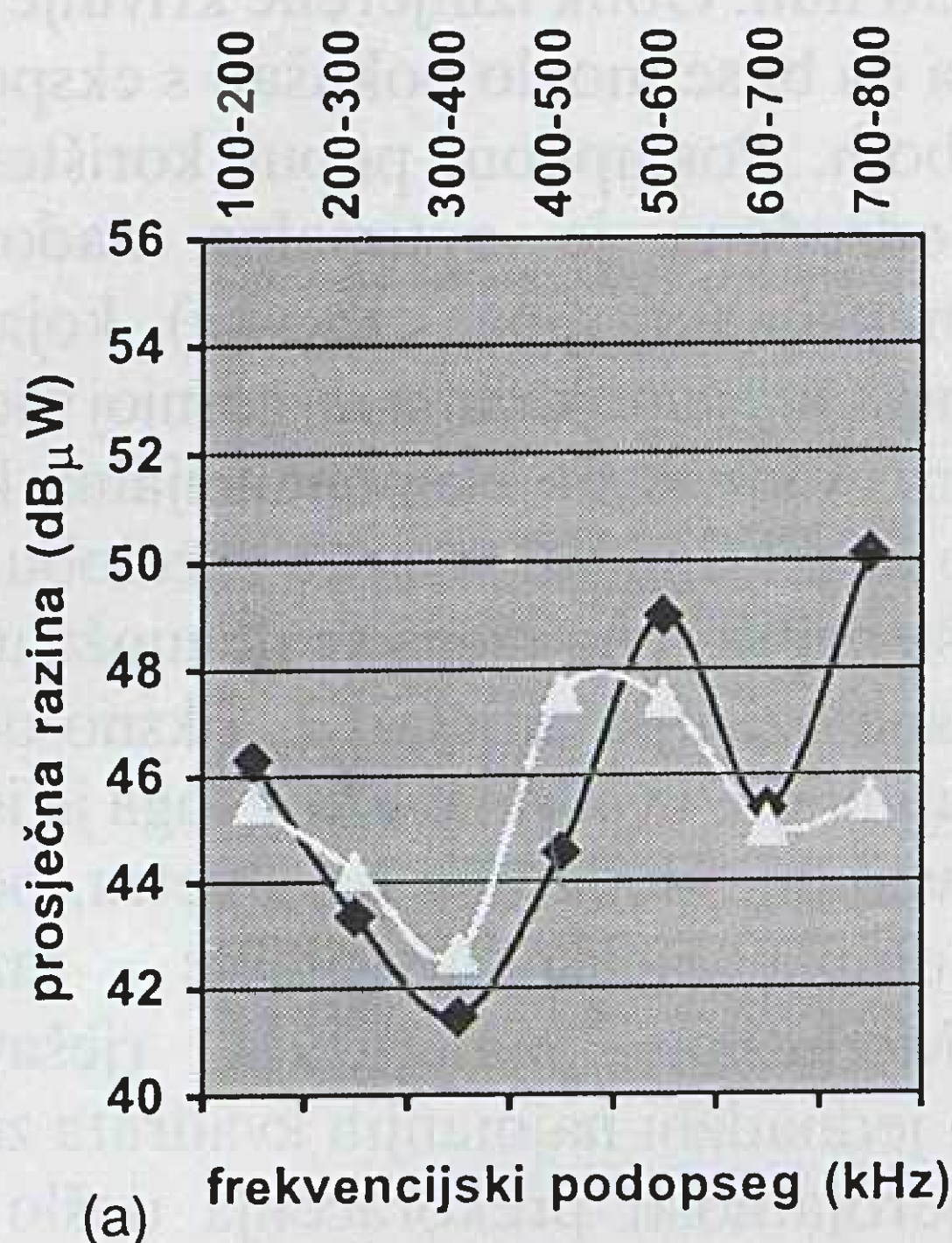
Romb: poslovna zgrada, subota, 03.11.01, 15:25-16:00.  
Kvadrat: poslovna zgrada, subota, 03.11.01, 16:24-17:07  
Kružić: poslovna zgrada, petak, 02.11.01, 20:30-20:43  
Križić: poslovna zgrada, petak, 02.11.01, 17:03-17:24  
Trokut: poslovna zgrada, petak, 02.11.01, 10:17-15:10

**Slika 25. Prosječna razina (a) i standardna devijacija razine (b) u poslovnoj zgradi u naznačeno vrijeme. Za dvije krivulje na slici (b) (križić i kružić) nedostaju podaci za podopsege 300-400 kHz i 700-800 kHz, jer u njima nije bila detektirana niti jedna komponenta razine iznad  $40 \text{ dB}\mu\text{V}$ .**

razine i ukupne snage u podopsezima. To se naročito dobro vidi na slikama snimljenim u stambenoj kući. Objašnjenje je u osnovi jednostavno: karakter uskopojasnog šuma PLC-a je takav da pored većeg broja relativno slabih komponenti postoji jedan broj relativno vrlo jakih, koje potječu npr. od srednjovalnih radio odašiljača. One nose većinu ukupne snage. Mnogobrojne slabije komponente čine srednju vrijednost razine niskom, ali prisustvo jakih doprinosi ukupnoj snazi i standardnoj devijaciji razine.

#### 5. RAZDIOBA RAZMAKA IZMEĐU DETEKTIRANIH DISKRETNIH FREKVENCIJSKIH KOMPONENTI ŠUMA

S obzirom da u ovome poglavlju obrađujemo pojavu diskretnih komponenti šuma uskoga pojasa jačih od  $40 \text{ dB}\mu\text{V}$ , za kompletno definiranje modela takve pojave potrebno je, pored do sada obrađene amplitudne razdiobe, konačno odrediti i statističke osobine razmaka između susjednih detektiranih spektralnih linija.



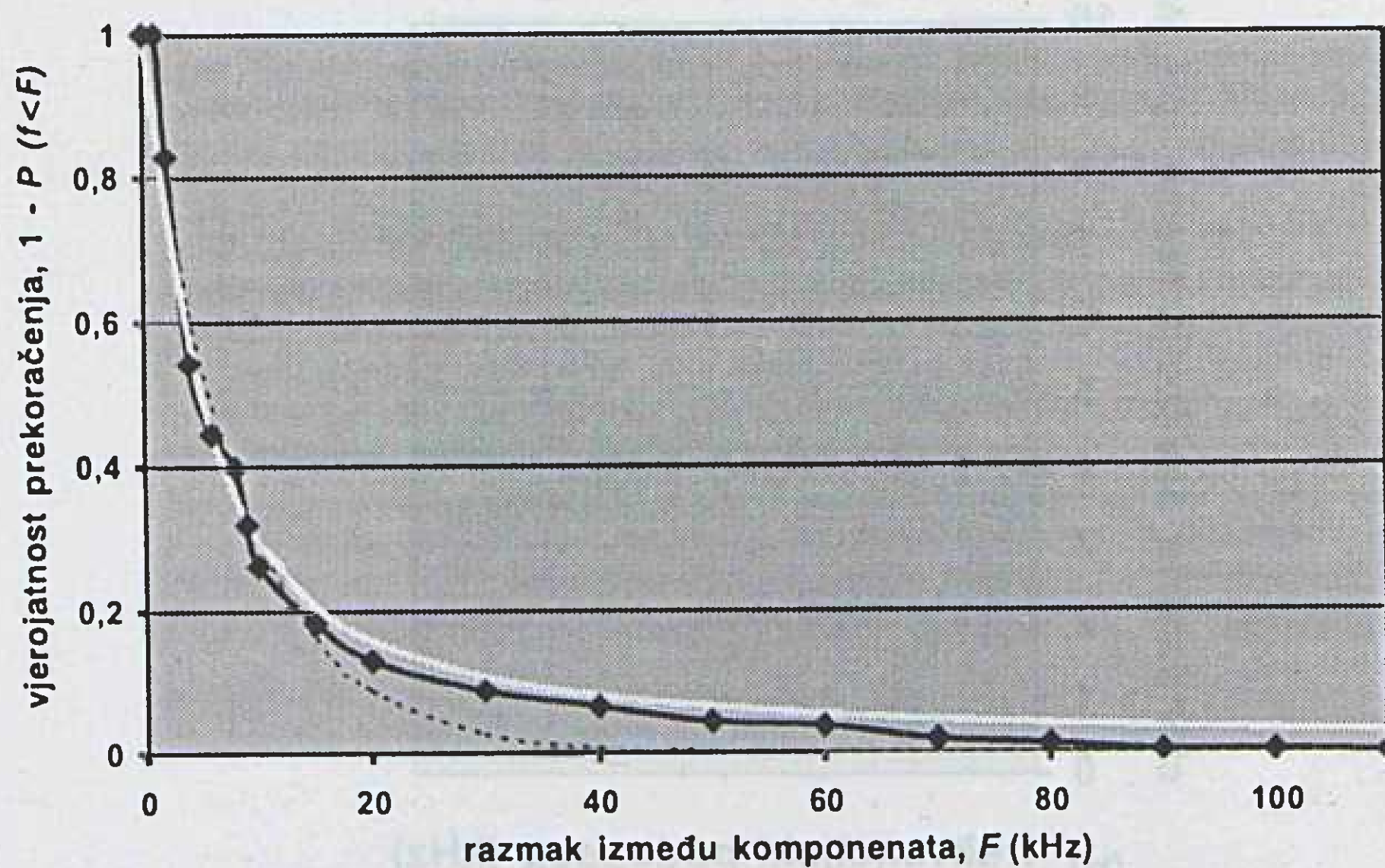
Tamna linija: stambena kuća, subota, 03.11.01, 23:08-23:28  
Bijela linija: stambena kuća, nedjelja, 04-11-01, 02:09-02:25

**Slika 26. Prosječna razina (a) i standardna devijacija razine (b) u stambenoj kući u naznačeno vrijeme**



Metoda istraživanja je sljedeća: temeljem provedenih mjerenja statističkom obradom odredit ćemo funkcije vjerojatnosti prekoračenja razmaka između frekvencija, kako za pojedine lokacije i vremena mjerenja, tako i ukupno, za zbroj svih mjernih rezultata. Zatim ćemo metodom najmanjih kvadrata pronaći funkciju koja najbolje opisuje izmjerenu pojavu, odnosno konkretne parametre koji opisuju takvu funkciju za svaki pojedini, kao i za sumarni slučaj. Na slikama koje slijede dat ćemo usporedno izmjerenu krivulju, kao i krivulju teoretske razdiobe dobivene ovim postupkom. Našu analizu ograničit ćemo na frekvencijsko područje od 100 do 800 kHz.

Najprije ćemo analizirati snimljenu sumarnu krivulju vjerojatnosti prekoračenja za sve izmjerene podatke. Na slici 27 krivulja s točkama dobivena je obradom izmjerenih podataka. Nju je potrebno nadomjestiti teoretskom razdiobom koja zadovoljava dva granična uvjeta: vjerojatnost prekoračenja razmaka komponenti od 0 Hz mora biti jednaka 1, a vjerojatnost prekoračenja za jako velike razmake komponenti mora asimptotski težiti nuli. Oblik izmjerene krivulje na prvi pogled sugerira da bi se moglo pokušati s eksponencijalnom razdiobom. Postupkom poput korištenoga u poglavlju 2. određena je optimalna nadomjesna krivulja eksponencijalnog tipa,  $\exp(-\lambda x)$ , koja nadomješta izmjerenu. Ona je prikazana na gornjoj slici isprekidanom linijom. Vidi se da eksponencijalna krivulja ne može dobro aproksimirati stvarnu razdiobu, jer joj je koljeno suviše naglo, a na njega se ne može utjecati, jer je jedini raspoloživi parametar,  $\lambda$ , fiksno određen jednadžbom najmanjih kvadrata. Zbog toga je ispitana i mogućnost uvođenja dodatnog parametra, odnosno općenitijeg oblika eksponencijalne razdiobe:  $\exp(-\lambda x^\zeta)$ . Međutim, numeričkim rješavanjem transcendentnih jednadžbi najmanjih kvadrata za takav tip funkcije vjerojatnosti prekoračenja došlo se do rješenja u kojem je  $\zeta = 1$ , tako da se navedeni oblik reducira na prethodan jednostavniji, što znači da za zadani izmjereni oblik krivulje od svih eksponencijalnih



Puna linija s točkama: izmjerena krivulja

Bijela linija: inverzna tangensna vjerojatnost prekoračenja,  $\eta = 0.19816125110$

Isprekidana linija: najbolja aproksimacija u obliku eksponencijalne funkcije

**Slika 27. Vjerojatnost prekoračenja razmaka između susjednih komponenti uskopojasnog šuma za sva provedena mjerenja, u području frekvencija od 100 do 800 kHz**

razdioba najbolji rezultat postiže upravo ona najjednostavnijeg oblika,  $\exp(-\lambda x)$ . To znači da razmak spektralnih linija u uskopojasnom šumu PLC mreže nema eksponencijalnu razdiobu. Nadalje, ispitivanjem pomoću komplementarne funkcije greške,  $\operatorname{erfc}(\sigma, x)$ , utvrdili smo također i da ustanovljena razdioba nije gaussovska, što znači da se varijacijom parametra  $\sigma$  ne može postići dobra aproksimacija koljena karakteristike. Normalna razdioba također ima suviše veliku zakrivljenost u koljenu krivulje.

Krivulja koja izuzetno dobro reproducira snimljenu ovisnost ima oblik inverznog tangensa. Ako je  $F$  stohastička varijabla frekvencijskog razmaka između susjednih komponenti uskopojasnog šuma, te ako je vjerojatnost da je razmak  $f$  veći ili jednak od  $F$  jednaka  $1 - P(f < F)$ , dakle komplementarnoj razdiobi, inverzna tangensna funkcija koja automatski zadovoljava oba granična uvjeta ima oblik:

$$y = 1 - \frac{2}{\delta} \operatorname{Arc} \tan(\eta x). \quad (4)$$

Ovdje smo zbog kraćeg pisanja, a samo za potrebe računanja u ovome poglavlju, uveli pomoćne varijable  $y = 1 - P(f < F)$ , i  $x = F$ . Nadomještanje stvarne razdiobe krivuljom ovakvoga oblika, izvest ćemo metodom najmanje kvadratne pogreške evaluirane u konačnom broju poznatih točaka,  $N$ . Za podatke indeksirane oznakom  $i$ ,  $i \in [1, N]$ , ukupna kvadratna pogreška jednaka je:

$$Q = \sum_{i=1}^N \left[ 1 - \frac{2}{\delta} \operatorname{Arc} \tan(\eta x_i) - y_i \right]^2. \quad (5)$$

Uvjet koji minimizira ovu funkciju glasi:

$$\frac{dQ}{d\eta} = 2 \sum_{i=1}^N \left[ 1 - \frac{2}{\delta} \operatorname{Arc} \tan(\eta x_i) - y_i \right] \cdot \left[ -\frac{2}{\delta} \cdot \frac{x_i}{1 + (\eta x_i)^2} \right] = 0. \quad (6)$$

Lijeva i desna strana jednadžbe koja slijedi iz ovoga uvjeta glase:

$$a = \sum_{i=1}^N \left[ 1 - \frac{2}{\delta} \operatorname{Arc} \tan(\eta x_i) \right] \frac{x_i}{1 + (\eta x_i)^2} \quad (7)$$

$$b = \sum_{i=1}^N \frac{x_i y_i}{1 + (\eta x_i)^2}.$$

Rješenje ove jednadžbe je ona vrijednost  $\eta$  za koju izraz  $\epsilon = (a - b)/(a + b)$  iščezava. Da bi se ona dobila, potrebno je načiniti odgovarajuću programsku rutinu koja će minimizirati  $\epsilon$ . U našem primjeru na taj smo način došli do parametara  $\eta$  u slučajevima koje prikazujemo na slikama koje slijede, pri čemu je vrijednost  $\epsilon$ , kao i u ranijim proračunima, bila svedena na red veličine  $10^{-12}$  ili manje, tako da smo vrijednost  $\eta$  pronašli uvijek s barem 12 sigurnih decimalnih mjesta. Premda u tekstu i na slikama uvijek navodimo tako precizno izražene vrijednosti, to nema osobitoga značenja, jer one ovise o broju i preciznosti upotrijebljenih točaka snimljene krivulje, već se tako samo naglašava da je