

# METODE ZA IZBOR OPTIMALNE VELIČINE I LOKACIJE UGRADNJE KOMPENZACIJSKIH UREĐAJA

Prof. dr. sc. Matislav Majstrovic – mr. sc. Goran Majstrovic – mr. sc. Davor Bajs, Zagreb

UDK 621.3.083.5:621.316  
IZVORNI ZNANSTVENI ČLANAK

U članku se prezentira matematički model za određivanje optimalne veličine i lokacije kompenzacijskih uređaja s aspekta naponskih prilika, gubitaka radne snage i blizine sloma napona u elektroenergetskom sustavu. Na temelju sva tri promatranja kriterija formira se jedna objektiva funkcija čije rješenje daje optimum, odnosno najpovoljnije lokacije i veličine kompenzacijskih uređaja radi zadovoljenja naponskih prilika, smanjenja gubitaka radne snage i izbjegavanja sloma napona.

**Ključne riječi:** matematički model, kompenzacijski uređaj, naponske prilike, gubici radne snage, blizina sloma napona.

## 1. UVOD

Osnovni zadatak elektroenergetskog sustava je da svojim korisnicima osigura kvalitetnu električnu energiju, odnosno konstantnost frekvencije i napona unutar dopuštenih granica u svim čvoristima mreže, uz održanje zahtijevane sigurnosti i raspoloživosti, pri čemu je navedene zadatke potrebno realizirati uz što manje troškove. Stoga se kod planiranja izgradnje i korištenja prijenosne mreže često susreće problem određivanja najpovoljnije lokacije i snage kompenzacijskih uređaja. Priklučkom kompenzacijskih uređaja na mrežu utječe se na profil napona u mreži, a time i na tokove jalovih snaga, čime se također može utjecati i na promjenu gubitaka radne snage u sustavu.

Problem kompenzacije jalove snage u mreži tako dobiće dvije dimenzije: zadovoljenje naponskih prilika i minimiziranje gubitaka radne snage. Doda li se tome i problem određivanja najkritičnijih čvorista s aspekta kolapsa napona, vidimo da problem postaje dosta složen. Prilikom određivanja optimalne lokacije i veličine kompenzacijskog uređaja potrebno je također voditi računa o ograničenjima koja proistječu iz pogonskih zahtjeva i ustrojstva sustava. Stoga se javila potreba za razvijanjem matematičkog modela kojim bi se obuhvatili svi navedeni problemi i ograničenja, te definirala metoda koja bi se mogla koristiti u budućnosti u praksi pri rješavanju razmatranog problema. Ta metoda bi, uz potpune ulazne podatke, dala nedvosmisleno rješenje o lokaciji i veličini kompenzacijskog uređaja u sustavu. U ovom radu opisana je metoda [1] po kojoj se određuje najpovoljnija lokacija kompenzacijskog uređaja s aspekta zadovoljenja naponskih prilika, minimiziranja gubitaka radne snage, te s aspekta najkritičnijeg

čvorista za kolaps napona. Pridodavanjem težinskih faktora za svaki pojedini kriterij određuje se najpovoljnija lokacija istodobno za sva tri uvjeta.

## 2. MATEMATIČKI MODEL

### 2.1. Određivanje najpovoljnije lokacije i veličine kompenzacijskih uređaja s aspekta zadovoljenja naponskih prilika

Princip po kojem se određuje najpovoljnija lokacija je najveći odziv (promjena) napona na male jedinice vrijednosti injektiranih reaktivnih snaga. U najpovoljniji čvor se zatim priključuju standardne nazivne vrijednosti kompenzacijskih uređaja, sve dok se ne zadovolje naponske prilike. Pri tom se vodi računa o postavljenim ograničenjima s aspekta dopuštenih naponskih granica (relacije 1 i 2), te dopuštene promjene iznosa (modula) napona pri uključivanju kompenzacijskog uređaja (3).

$$V_j \leq V_{\max j} \quad (1)$$

$$V_j \geq V_{\min j} \quad (2)$$

$$\left| \frac{V_j}{V_i} \right| \leq \Delta V_j \quad (3)$$

gdje su:

$V_j$  – modul napona u čvoru ;  $j = 1, 2, \dots, N; j \neq r$ ,

$N$  – ukupni broj čvorova,

$r$  – čvor u kojem se nalazi regulacijska elektrana,

$V_{\max}$  – maksimalni dopušteni iznos napona,

$V_{\min}$  – minimalni dopušteni iznos napona,

$\Delta V$  – porast modula napona u čvoru u odnosu na početnu vrijednost prilikom uključenja kompenzacijskog uređaja,

$\Delta v$  – dozvoljeni relativni skok modula napona, na pr. 0.05 (5%).

Ukoliko se neko od navedenih ograničenja ne može zadovoljiti u promatranom čvoru, prelazi se na sljedeći čvor s najvećim prosječnim koeficijentom naponske osjetljivosti. Postupak se ponavlja sve dok se ne zadovolje sva ograničenja (optimalno rješenje) ili dok se ne iskoriste sve mogućnosti (sub-optimalno rješenje).

Svakom pojedinom čvoru pridružuje se jedan koeficijent kojim se opisuje koliko je promatrani čvor povezan za ugradnju kompenzacijskog uređaja. Na taj način se dobije matrica tzv. koeficijenata naponske osjetljivosti. Koeficijent naponske osjetljivosti opisuje kolika bi bila ukupna promjena napona ako u taj čvor injektiramo reaktivnu snagu, odnosno ugradimo kompenzacijski uređaj jedinične snage. Najpovoljniji čvor za ugradnju kompenzacijskog uređaja je predstavljen maksimalnim koeficijentom naponske osjetljivosti. Matematički model počinje klasičnom matričnom jednadžbom koja opisuje vezu između napona i struje u stacionarnom stanju:

$$V \quad Z \quad I \quad (4)$$

gdje su:

$[V]$  – n-dimenzionalni vektor napona čvorova (kompleksna varijabla  $V=V\Theta$ ),

$[I]$  –  $N$ -dimenzionalni vektor struja čvorova (kompleksna varijabla),

$[Z]$  –  $N \times N$  dimenzionalna matrica vlastitih i međusobnih impedancija čvorova (kompleksna varijabla).

Injectiranjem reaktivne snage u neki čvor, koje ćemo prikazati kao injektirane struje  $I$ , dolazi do promjene napona za  $V$ . Naponi čvorova nakon injekcije struja  $I$  su:

$$V_{\text{novi}} \quad V \quad V \quad (5)$$

odnosno

$$V_{\text{novi}} \quad Z \quad I \quad Z \quad I \quad (6)$$

Prema tome vrijedi da je:

$$V \quad Z \quad I \quad (7)$$

Dakle, promjena napona jednaka je umnošku vlastitih i međusobnih impedancija čvorova i promjene struje. Poznati izraz za prividnu snagu je:

$$S = VI^* \quad (8)$$

gdje je:

$I^*$  – konjugirano kompleksna vrijednost struje.

Dogovorom je određeno da se induktivna snaga označava kao pozitivna, odnosno kapacitivna jalova snaga kao negativna. Iz izraza (8) vrijedi da je konjugirano kompleksna vrijednost struje jednaka:

$$I^* \frac{S}{V} \quad (9)$$

prema tome je za induktivnu jalovu snagu:

$$I \frac{S^*}{V^*} \frac{(P-jQ)^*}{V^*} \frac{P-jQ}{V^*} \quad (10)$$

Analogno, uz kapacitivnu jalovu snagu vrijedi:

$$I \frac{S^*}{V^*} \frac{P-jQ}{V^*} \quad (11)$$

Sada je potrebno razmotriti jedan po jedan čvor. Ukoliko se u  $k$ -ti čvor priključi kompenzacijski uređaj male snage ( $Q$ ), injektirana struja u tom čvoru će biti:

$$I_k \frac{jQ}{V_k^*} \quad (12)$$

gdje predznak ovisi o vrsti razmatranog kompenzacijskog uređaja (kapacitivnog ili induktivnog karaktera). Za slučaj da samo u čvor  $k$  injektiramo struju  $\Delta I_k$ , jednadžba (7) poprima sljedeći oblik:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \vdots \\ \Delta V_k \\ \vdots \\ \Delta V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & \dots & Z_{1k} & \dots & Z_{1N} \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ Z_{k1} & \dots & Z_{kk} & \dots & Z_{kN} \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ Z_{N1} & \dots & Z_{Nk} & \dots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I_k \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Prema (12) porast napona u  $i$ -tom čvoru bit će:

$$V_i \quad Z_{ik} \quad I \quad Z_{ik} \frac{jQ}{V_k^*} \quad (14)$$

Na taj način se dobije odziv (promjena) napona u svakom pojedinom čvoru zbog injektirane struje  $\Delta I_k$  u čvoru  $k$ . Sumiranjem odziva svih čvorova kojima su naponi izvan dopuštenih granica dobije se veličina koju nazivamo *koeficijent naponske osjetljivosti (PKNO)*, definirana je kao suma promjena modula napona pri uključenju male reaktivne snage u čvoru  $k$ .

$$PKNO_k = \left| \sum_{i=1}^N \frac{V_i}{V_{\max i}} \right| \left| \sum_{i=1}^N \frac{Z_{ik}}{Z_{\max k}} \frac{jQ}{V_k^*} \right| \quad (15)$$

gdje je:

$P$  – skup svih čvorova za koje je napon izvan dopuštenih granica, odnosno vrijedi da je:

$$V_1 \quad V_{\max 1} \quad (16)$$

ili

$$V_1 \quad V_{\min 1} \quad (17)$$

Da bi se odredio raspored potrebnih kompenzacijskih uređaja za svaki potencijalni čvor odredi se koeficijent naponske osjetljivosti, te se na kraju odredi čvor s najvećim koeficijentom. Međutim, taj koeficijent opisuje promatrani čvor samo za jedno stanje sustava. Da bi se dobila realnija slika o kvaliteti tog čvora kao potencijalne lokacije potrebno je na isti način promotriti i druga moguća stanja sustava s aspekta drugih opterećenja, neraspoloživosti pojedinih komponenti i sl. Budući da se svako stanje sustava očekuje s nekom vjerojatnošću, množenjem koeficijenta naponske osjetljivosti za promatrano stanje i vjerojatnosti pripadnog stanja, te sumiranjem tih umnožaka za sva promatrana stanja dobit će se prosječni koeficijent naponske osjetljivosti, tj. realni pregled kvalitete tog

čvora kao potencijalne lokacije kompenzacijskog uređaja koji najviše zadovoljava sva razmatrana stanja. Uzme li se u razmatranje  $M_s$  različitih pogonskih stanja sustava, za svako razmatrano stanje  $i = 1, 2, \dots, M_s$  dobije se koeficijent naponske osjetljivosti u čvoru k:

$$PKNO_{k,i} = \frac{1}{M_s} \left| V_1 \right|_i - \frac{1}{M_s} Z_{1,k} \left| \frac{jQ}{V_k^*} \right|_i ; i = 1, 2, \dots, M_s. \quad (18)$$

Uz vjerojatnost svakog promatranog pogonskog stanja, potrebno je svakom stanju pridodati i mjeru naponske težine. Bez obzira na vjerojatnost pojave nekog stanja, ne smiju imati istu težinu stanje pri kojem se rješava vrlo izraženi problem nezadovoljenja naponskih ograničenja i stanje pri kojem se rješava relativno mali problem nezadovoljavanja naponskih prilika. Stoga se svakom razmatranom stanju sustava pridjeđljuje težinski faktor kojeg nazivamo mjera naponske težine ( $w_i$ ). Taj faktor definiramo kao sumu razlika dopuštenog napona i trenutnog napona čvorova kojima su naponi izvan dopuštenih granica.

$$w_i = \frac{1}{M_s} \left| V_1 \right|_i \quad (19)$$

gdje je:

$\Delta V_1$  – odstupanje modula napona od dopuštene vrijednosti u čvoru 1.

Za problem previsokih napona:

$$\Delta V_1 = V_1 - V_{\max 1}, \text{ za } V_1 > V_{\max 1} \quad (20)$$

Za problem preniskih napona:

$$\Delta V_1 = V_{\min 1} - V_1, \text{ za } V_1 < V_{\min 1} \quad (21)$$

Koristeći sve spomenute relacije mogu se odrediti prosječni koeficijenti naponske osjetljivosti potencijalnih lokacija kompenzacijskih uređaja u  $M_s$  razmatranih pogonskih stanja, uz uvažavanje vjerojatnosti tih stanja i njihove naponske težine. Konačno, *prosječni koeficijenti naponske osjetljivosti (PKNO)* su:

$$PKNO_k = \frac{1}{M_s} \frac{\sum_{i=1}^{M_s} p_i w_i Z_{1,k} \left| \frac{jQ}{V_k^*} \right|_i}{\sum_{i=1}^{M_s} p_i w_i} ; i = 1, 2, \dots, M_s, k \quad (22)$$

gdje je:

$M_s$  – ukupni broj razmatranih stanja,  
 $\Omega$  – skup svih čvorova - potencijalnih lokacija kompenzacijskog uređaja.

Prema tome je matrica prosječnih koeficijenata naponske osjetljivosti

$$[PKNO] = [PKNO_1 \ PKNO_2 \ \dots \ PKNO_{t-1} \ \dots \ \dots \ PKNO_{t+1} \ \dots \ PKNO_N]^T \quad (23)$$

gdje  $t$  znači transponiranu matricu. Prema iznosu prosječnog koeficijenta naponske osjetljivosti rangiraju se čvorovi, odnosno potencijalne lokacije kom-

penzacijskog uređaja s aspekta zadovoljenja naponskih prilika. Na slici 1 prikazan je pojednostavljeni dijagram toka predloženog postupka određivanja najpovoljnije lokacije i veličine kompenzacijskog uređaja s aspekta zadovoljenja naponskih prilika.

## 2.2. Određivanje najpovoljnije lokacije i veličine kompenzacijskih uređaja s aspekta minimiziranja gubitaka radne snage u mreži

Prepostavimo da promatrani EES ima  $N$  čvorova i NG grana. Prepostavimo da se u čvoru  $r$  nalazi regulacijska elektrana. Gubitak snage je razlika između snage izvora i snage potrošača.

$$\Delta S = S_e - S_p \quad (24)$$

gdje je:

$S_e$  – prividna snaga izvora

$S_p$  – prividna snaga potrošača.

Ukupni gubici radne snage su realni dio ukupnih gubitaka prividne snage, odnosno:

$$\begin{aligned} P & \text{ Re } S & \text{ Re } S_e - S_p \\ & \sum_{k=1}^N P_{ek} & \sum_{k=1}^N Q_{ek} - \sum_{k=1}^N P_{pk} - j \sum_{k=1}^N Q_{pk} \\ & \sum_{k=1}^N P_{ek} - \sum_{k=1}^N P_{pk} & \sum_{k=1}^N P_{ek} - P_{pk} \end{aligned} \quad (25)$$

gdje je:

$S_{ek}$  – ukupna prividna snaga izvora u čvoru  $k$ ,

$P_{ek}$  – ukupna radna snaga izvora u čvoru  $k$ ,

$Q_{ek}$  – ukupna jalova snaga izvora u čvoru  $k$ ,

$N$  – ukupni broj čvorova.

Budući da je radna snaga po svim čvorovima fiksna po iznosu i unaprijed poznata u jednom razmatranom stanju (osim u čvoru regulacijske elektrane), ukupni gubici radne snage mogu se računati prema sljedećem izrazu:

$$P \quad P_{er} - P_{pr} \quad \sum_{k=1}^N P_{ek} - P_{pk} \quad (26)$$

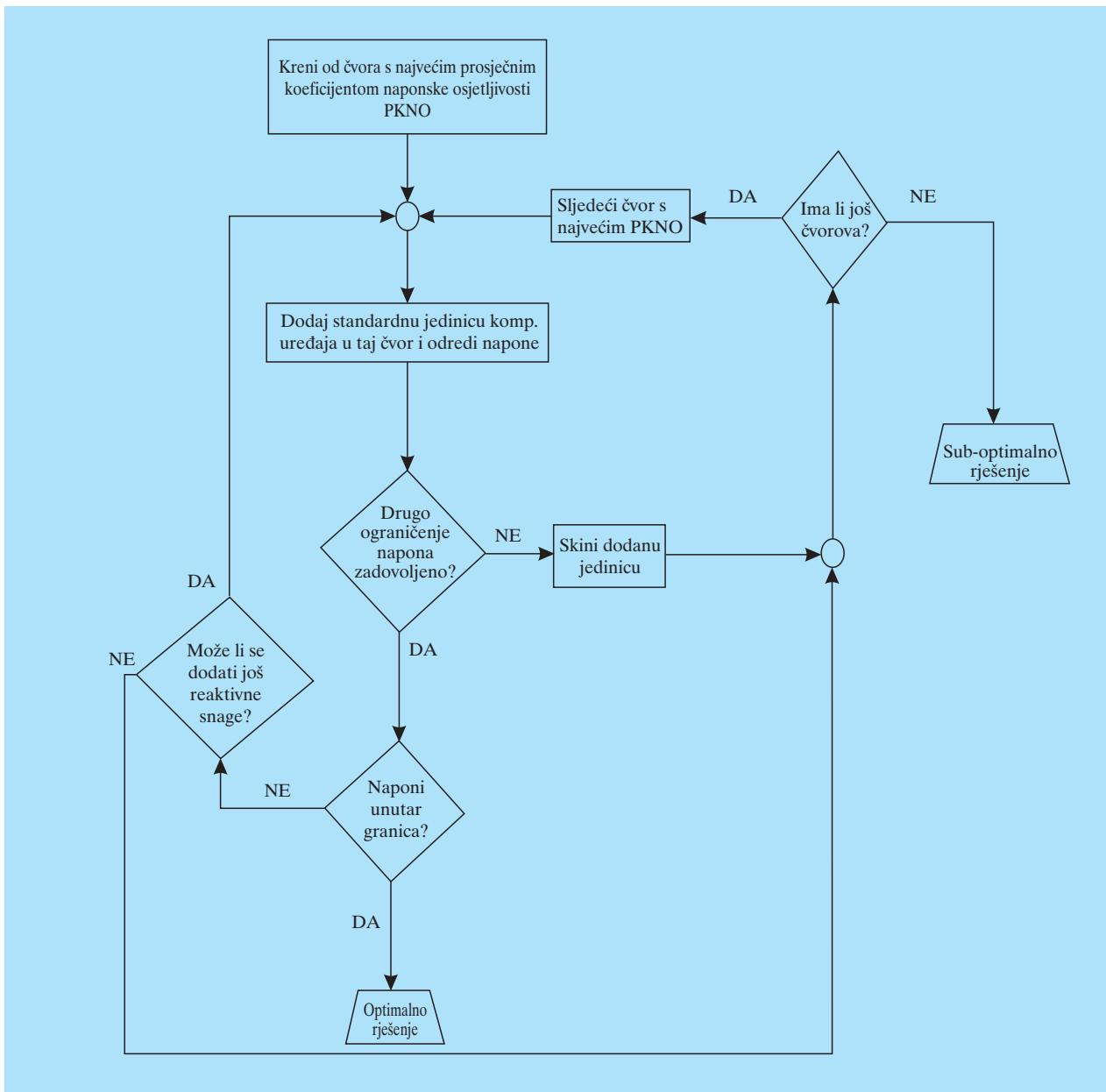
U izrazu (26), sve veličine su unaprijed definirane, osim iznosa radne snage regulacijske elektrane ( $P_{er}$ ). Stoga se može reći da su ukupni gubici radne snage u promatranoj mreži proporcionalni promjeni radne snage regulacijske elektrane. Općenito se može reći da je prividna snaga u čvoru  $k$  jednaka razlici snage izvora i snage potrošača u tom čvoru, te je možemo pisati:

$$\begin{aligned} S_k & \quad P_k - j Q_k & P_{ek} - P_{pk} & j Q_{ek} - Q_{pk} \\ S_k & \quad V_k \sum_{i=1}^N Y_{ki} * V_i^* \end{aligned} \quad (27)$$

gdje je:

$V_k$  – napon čvora  $k$  (kompleksna veličina),

$Y_{ki}$  – član matrice vlastitih i međusobnih admintancija čvorova (kompleksna veličina).



**Slika 1. Blok dijagram toka postupka određivanja optimalne lokacije i veličine kompenzacijskog uređaja s aspektom zadovoljenja naponskih prilika**

Napone i vlastite i međusobne admintancije čvorova moguće je pisati na sljedeći način:

$$V_k = V_k e^{j \angle k} \quad (28)$$

$$Y_{ki} = G_{ki} - jB_{ki} \quad (29)$$

Iz prethodna tri izraza dobije se:

$$P_k = V_k \sum_{i=1}^N V_i G_{ki} \cos(\angle_k - \angle_i) - B_{ki} \sin(\angle_k - \angle_i) \quad (30)$$

$$Q_k = V_k \sum_{i=1}^N V_i G_{ki} \sin(\angle_k - \angle_i) - B_{ki} \cos(\angle_k - \angle_i) \quad (31)$$

Iz jednadžbe (27) je vidljivo da je:

$$P_{ek} = P_k - P_{pk}, \quad Q_{ek} = Q_k - Q_{pk} \quad (32)$$

Iz (30) i (31) slijedi da je:

$$P_{ek} = V_k \sum_{i=1}^N V_i G_{ki} \cos(\angle_k - \angle_i) - B_{ki} \sin(\angle_k - \angle_i) - P_{pk} \quad (32)$$

$$Q_{ek} = V_k \sum_{i=1}^N V_i G_{ki} \sin(\angle_k - \angle_i) - B_{ki} \cos(\angle_k - \angle_i) - Q_{pk} \quad (33)$$

Radi jednostavnosti ćemo razliku kuteva pisati kao  $O_{ki} = O_k - O_i$ , pa prema tome iz izraza (26) i (32) slijedi izraz za gubitke radne snage u mreži:

$$P_g = \sum_{k=1}^N P_{ek} - P_{pk} = \sum_{k=1}^N V_r \sum_{i=1}^N V_i G_{ki} \cos(\angle_k - \angle_i) - B_{ki} \sin(\angle_k - \angle_i) \quad (33)$$

Dakle, ukupni gubici radne snage u mreži su funkcija parametara mreže i napona čvorova. Iz toga slijedi da

se reguliranjem napona u mreži mogu mijenjati i gubici radne snage. Ovisnost gubitaka radne snage o promjeni napona čvorova prikazuje se pomoću totalnog diferencijala koji je u matričnom obliku zapisan relacijom (34). Matrica  $[JC]$  je stupčasta matrica s elementima prema (34a).

$$d \quad P \quad JC^t \quad U \quad (34)$$

$$\frac{P_{er}}{V}$$

$$JC \quad (34a)$$

$$\frac{P_{er}}{V}$$

Nadalje je

$$U \quad V \quad (35)$$

Osim jednadžbe (34) za proračun ovisnosti promjene gubitaka radne snage o promjeni napona koristimo i matričnu jednadžbu za proračun napona čvorova:

$$PQ \quad J \quad U \quad (36)$$

gdje je:

- $[J]$  – Jakobijsana reda  $2(N-1)$ ,
- $[\Delta PQ]$  – stupčasta matrica razlike izračunate i stvarne radne i jalove snage po svim čvorovima
- $[\Delta U]$  – stupčasta matrica razlike izračunate i stvarne vrijednosti napona po svim čvorovima (35).

Iz ranije navedenih jednadžbi (34) i (36) dobija se:

$$PQ \quad J \quad U \quad U \quad J^{-1} \quad PQ \quad (37)$$

$$d \quad P \quad JC^t \quad U \quad JC^t \quad J^{-1} \quad PQ \\ L \quad PQ \quad (38)$$

gdje je  $[L]$  matrica koeficijenata osjetljivosti. Ona je jednaka

$$L \quad JC^t \quad J^{-1} \quad (39)$$

Matrica  $[L]$  je reda  $2N-2$ . Prvih  $N-1$  članova matrice opisuje ovisnost promjene gubitaka radne snage o promjeni radne snage u čvorovima, dok preostalih  $N-1$  članova opisuje ovisnost promjene gubitaka radne snage o promjeni jalove snage čvorova. Posljednji  $N-1$  članovi matrice  $[L]$  predstavljaju koeficijente osjetljivosti s aspekta jalove snage, odnosno pomoću tih članova se rangiraju čvorovi po povoljnosti lokacije kompenzatora jalove snage. Najpovoljniji je onaj čvor koji ima najviši koeficijent osjetljivosti. Dakle, analiza najpovoljnije lokacije kompenzacijskog uređaja s aspekta minimiziranja gubitaka radne snage temelji se na proračunu elemenata karakteristične matrice osjetljivosti koji opisuju povoljnost pojedinih čvorova. Analogno prethodno analiziranom kriteriju zadovoljenja naponskih prilika, razmatraju se različita pogonska stanja. Ta pogonska stanja okarakterizirana su pripad-

nim vjerojatnostima ( $p_i$ ), čija suma je jednaka jedan, budući da je riječ o međusobno nezavisnim događajima. Za svako pogonsko stanje dobit će se pripadna matrica  $[L_i]$ , gdje je  $i=1,2,\dots,Ms$  broj različitih stanja sustava. Srednja ili prosječna matrica koeficijenata osjetljivosti definira se kao suma umnožaka vjerojatnosti pogonskih stanja i pripadnih matrica osjetljivosti:

$$\bar{L} = \frac{1}{Ms} \sum_{i=1}^{Ms} p_i L_i \quad (40)$$

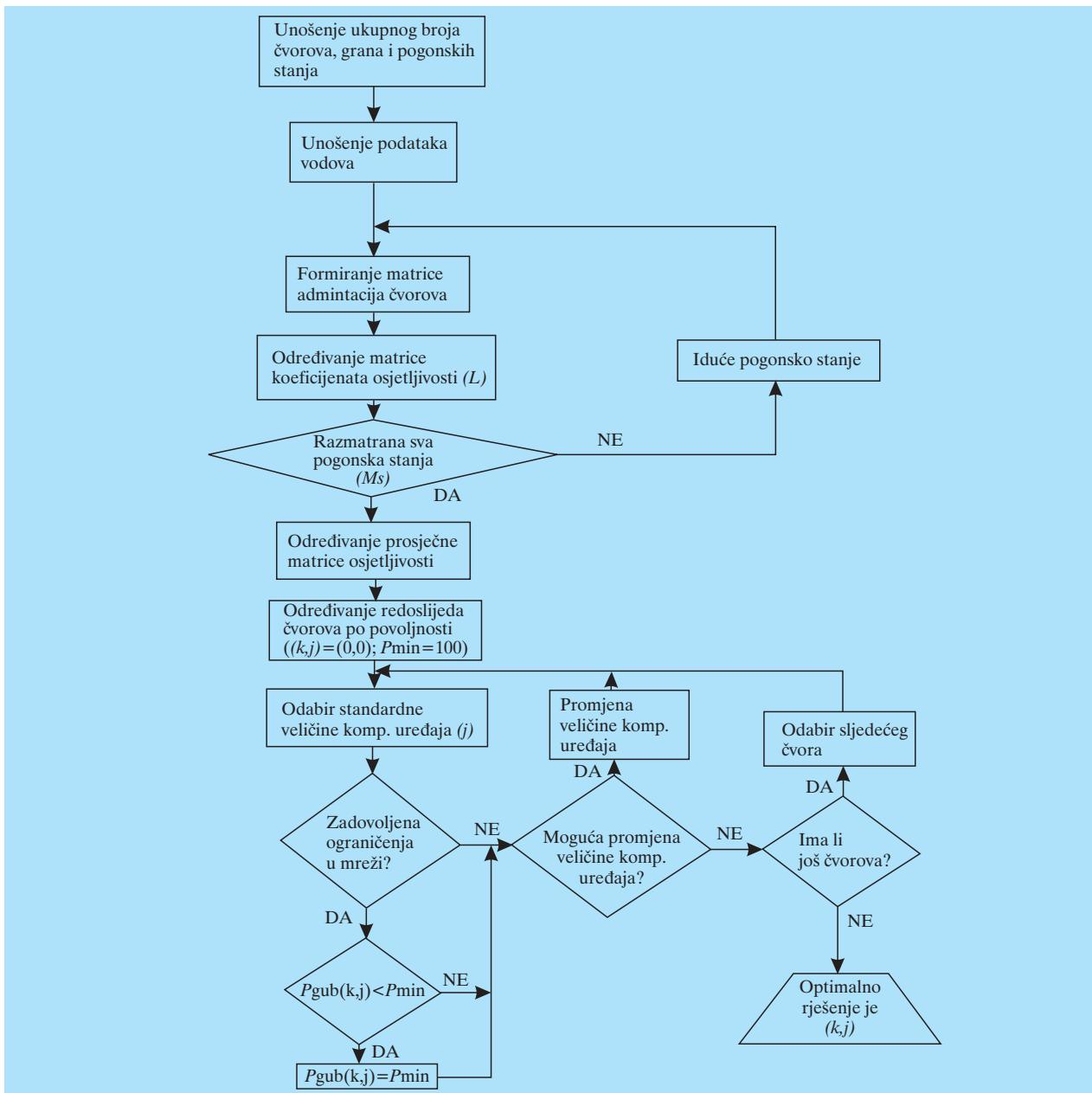
Na osnovi gornje matrice moguće je rangirati čvorove prema povoljnosti ugradnje izvora ili potrošača jalove snage, osim čvora s regulacijskom elektranom. Razmatraju se samo oni čvorovi u kojima to ima smisla s izvedbenog aspekta. Na taj način se rangiraju samo potencijalne lokacije, što znatno ubrzava postupak. Uvrštavanjem standardnih veličina kompenzacijskog uređaja dobivaju se pripadne vrijednosti promjene gubitaka radne snage. Analogno prethodnom kriteriju, ukoliko zbog nekog razloga nije moguće realizirati ugradnju kompenzacijskog uređaja u najpovoljnijem čvoru, razmatra se čvor s prvim sljedećim najvećim koeficijentom osjetljivosti. Dijagram toka određivanja najpovoljnije lokacije kompenzacijskog uređaja s aspekta minimiziranja gubitaka radne snage prikazan je na slici 2.

### 2.3. Određivanje najpovoljnije lokacije i veličine kompenzacijskih uređaja s aspekta blizine sloma napona

U ovom poglavlju analizira se ponašanje svojstvenih vrijednosti submatrice Jakobijsane elektroenergetskog sustava kako bi se pravodobno spoznalo je li elektroenergetski sustav blizu sloma napona. Pojedini elementi matrice osjetljivosti opisuju koliko je pojedini čvor "blizu" slomu napona. Na osnovi tih vrijednosti rangiraju se čvorovi kojima je potrebno regulirati jalovu snagu kako bi se izbjegla pojava sloma napona. Za tu svrhu koristi se staticki model na osnovi kojeg se zaključuje o blizini sloma napona u funkciji mjesta i veličine reaktivnog opterećenja.

Algoritmom za određivanje područja upravljanja naponom u jednom EES-u određuju se slabe električne veze. Na osnovi ovih veza može se odrediti područje upravljanja naponom. Baza ove analize je submatrica Jakobijsane ( $PV$  i  $PQ$  sabirnice). Sam postupak se sastoji od sljedećih koraka:

1. traži se najveći dijagonalni element submatrice Jakobijsane,
2. dijeli se svaki element submatrice s najvećim dijagonalnim elementom (normiraju se elementi submatrice),
3. apsolutne vrijednosti normiranih elemenata svakog retka se posebno poredaju od najmanje do najveće vrijednosti. Potom se eliminiraju elementi s najmanjim vrijednostima iz svakog retka. Eliminacija se vrši sve dole dok suma eliminiranih elemenata bude manja ili jednaka unaprijed definiranom broju,



Slika 2. Blok dijagram tokom postupka određivanja optimalne lokacije i veličine kompenzacijskog uređaja s aspektom minimiziranja gubitaka radne snage

4. grupe sabirnica koje su ostale još povezane čine područje upravljanja naponom.

Opća jednadžba kod određivanja naponskih prilika i tokova snaga glasi:

$$\begin{aligned} P &= \frac{P}{V} \quad \frac{P}{V} \\ Q &= \frac{Q}{V} \quad \frac{Q}{V} \quad V \end{aligned} \quad (41)$$

gdje je:

- $\Delta P$  – vektor razlike radnih snaga čvora,
- $\Delta Q$  – vektor razlike jalovih snaga čvora,
- $\Delta \delta$  – vektor razlike kutova napona,
- $\Delta V$  – vektor razlike modula napona.

Prethodna jednadžba pisana u proširenoj formi je:

$$\begin{array}{lll} P & \frac{P}{V} & \frac{P}{V} \\ Q & \frac{Q}{V} & \frac{Q}{V} \end{array} \quad V \quad (42)$$

Budući da tražimo čvorove (sabirnice) u kojima će se postaviti kompenzacijski uređaji, u tim čvorovima se javlja matrica  $[\Delta Q]$ , dok je matrica  $[\Delta P]=[0]$  (null-matrica, tj. matrica čiji su svi članovi jednaki nuli). Svi čvorovi u mreži su potencijalne lokacije, osim čvorova u kojima su regulacijske elektrane. Uvažavajući prethodne jednadžbe, slijedi da je:

$$0 \quad -\frac{P}{V} \quad \frac{P}{V} \quad V \quad (43)$$

odnosno:

$$\begin{aligned} & -\frac{P}{V} \quad -\frac{P}{V} \quad V \\ & -\frac{P}{V}^{-1} \quad \frac{P}{V} \quad V \end{aligned} \quad (44)$$

Iz jednadžbe (42) vrijedi da je:

$$Q \quad -\frac{Q}{V} \quad \frac{Q}{V} \quad V \quad (45)$$

Iz (44) i (45) dobije se:

$$\begin{aligned} Q & \quad -\frac{Q}{V} \quad -\frac{P}{V}^{-1} \quad \frac{P}{V} \quad V \quad \frac{Q}{V} \quad V \\ Q & \quad -\frac{Q}{V} \quad -\frac{P}{V}^{-1} \quad \frac{P}{V} \quad \frac{Q}{V} \quad V \quad D \quad V \end{aligned} \quad (46)$$

gdje je:

$$D \quad -\frac{Q}{V} \quad -\frac{P}{V}^{-1} \quad \frac{P}{V} \quad -\frac{Q}{V}.$$

U skladu s jednadžbom (46) vrijedi da je:

$$D \quad V \quad Q \quad (47)$$

Dimenzija kvadratne matrice  $[D]$  je  $M$  (gdje je  $M$  – ukupni broj sabirnica-potencijalnih lokacija ( $M \leq (N-1)$ )). Ova se jednadžba može čitati na način da linearni operator  $[D]$  transformira vektor napona  $[\Delta V]$  u vektor  $[\Delta Q]$ . Može se postaviti pitanje postoje li u ovom prostoru neki vektori koje linearna transformacija, određena matricom  $[D]$  kao operatom, transformira u kolinearne vektore, tako da se može napisati da je

$$D \quad V \quad V \quad (48)$$

gdje je:

$\lambda$  – neki skalar.

Ova matrična jednadžba se može napisati i na sljedeći način:

$$D - I \quad V \quad 0 \quad (49)$$

gdje je:

$[I]$  – jedinična matrica, a  $[0]$  – nul vektor.

Ovo je sustav od  $M$  homogenih linearnih jednadžbi sa  $M$  nepoznanica i imat će netrivijalna rješenja samo onda kada je determinanta sustava jednaka nuli, tj. ako vrijedi:

$$|D - I| = 0 \quad (50)$$

Odnosno može se pisati

$$p = |I - D| \quad (51)$$

gdje je  $p(\lambda)$  karakteristični polinom matrice  $[D]$ . Budući da su elementi matrice  $[D]$  realni brojevi, slijedi da je

$$p = c_1^M - c_1^{M-1} c_2^{M-2} - \dots - 1^M c_M \quad (52)$$

Svi koeficijenti ovog polinoma su realni brojevi. U skladu s jednadžbom (51) ti koeficijenti su:

$$c_1 \quad \underset{i=1}{d_{ii}} \quad (53)$$

gdje je:

$d_{ii}$  –  $i$ -ti dijagonalni element matrice  $[D]$ .

Općenito je  $c_j$  ( $j=2, \dots, M-1$ ) jednak zbroju glavnih sub-determinanti reda  $j$ . Ima ih  $\frac{M}{j}$ , dok je

$$c_M = |D| \quad (54)$$

Karakteristični polinom (jednadžba 52) se može napisati i na sljedeći način:

$$p = \prod_{i=1}^M (\lambda - \lambda_i) \quad (55)$$

gdje su:

$\lambda_i$  – ( $i = 1, 2, \dots, M$ ) korijeni karakterističnog polinoma, odnosno karakteristične jednadžbe (49) i nazivaju se svojstvene vrijednosti matrice  $[D]$ .

Matematičkom analizom se može pokazati da se svojstvene vrijednosti matrice  $[D]$ , dakle veličine  $\lambda$ , odnose na odgovarajuće čvorove. Veza između korijena i koeficijenata karakterističnog polinoma je sljedeća:

$$c_1 \quad \underset{i=1}{\lambda_i} \quad i \quad (56)$$

$$c_2 \quad \underset{M-2}{\lambda_2} \quad \underset{1}{\lambda_1} \quad \underset{3}{\lambda_3} \quad \dots \quad \underset{M-1}{\lambda_{M-1}} \quad \underset{M}{\lambda_M} \quad (57)$$

$$c_M \quad \underset{j=1}{\lambda_j} \quad j \quad (58)$$

U skladu s jednadžbama (58) i (54) dovoljno je da jedna svojstvena vrijednost bude nula, pa da determinanta matrice  $[D]$  bude jednaka nuli, što znači da je ova matrica singularna. Drugim riječima, ako se u realnom EES-u najmanja svojstvena vrijednost približava nuli, to znači da se EES približava točki kada nastupa slom napona. Stoga je na osnovi rangiranja svojstvenih vrijednosti moguće rangirati potencijalne lokacije za ugradnju kompenzaciskog uređaja s aspekta izbjegavanja sloma napona. Najmanji iznos funkcije  $\lambda$  opisuje čvor u kojem je slom napona najbliži. Dakle, čvor s najmanjim  $\lambda$  je "najkritičniji" čvor s aspekta sloma napona. Budući da su kod prethodna dva uvjeta najpovoljniji čvorovi za ugradnju kompenzaciskog uređaja bili opisani najvećim iznosom pripadnog koeficijenta osjetljivosti, na isti način promatramo i slom napona, odnosno uzimamo recipročnu vrijednost koeficijenta  $\lambda$ .

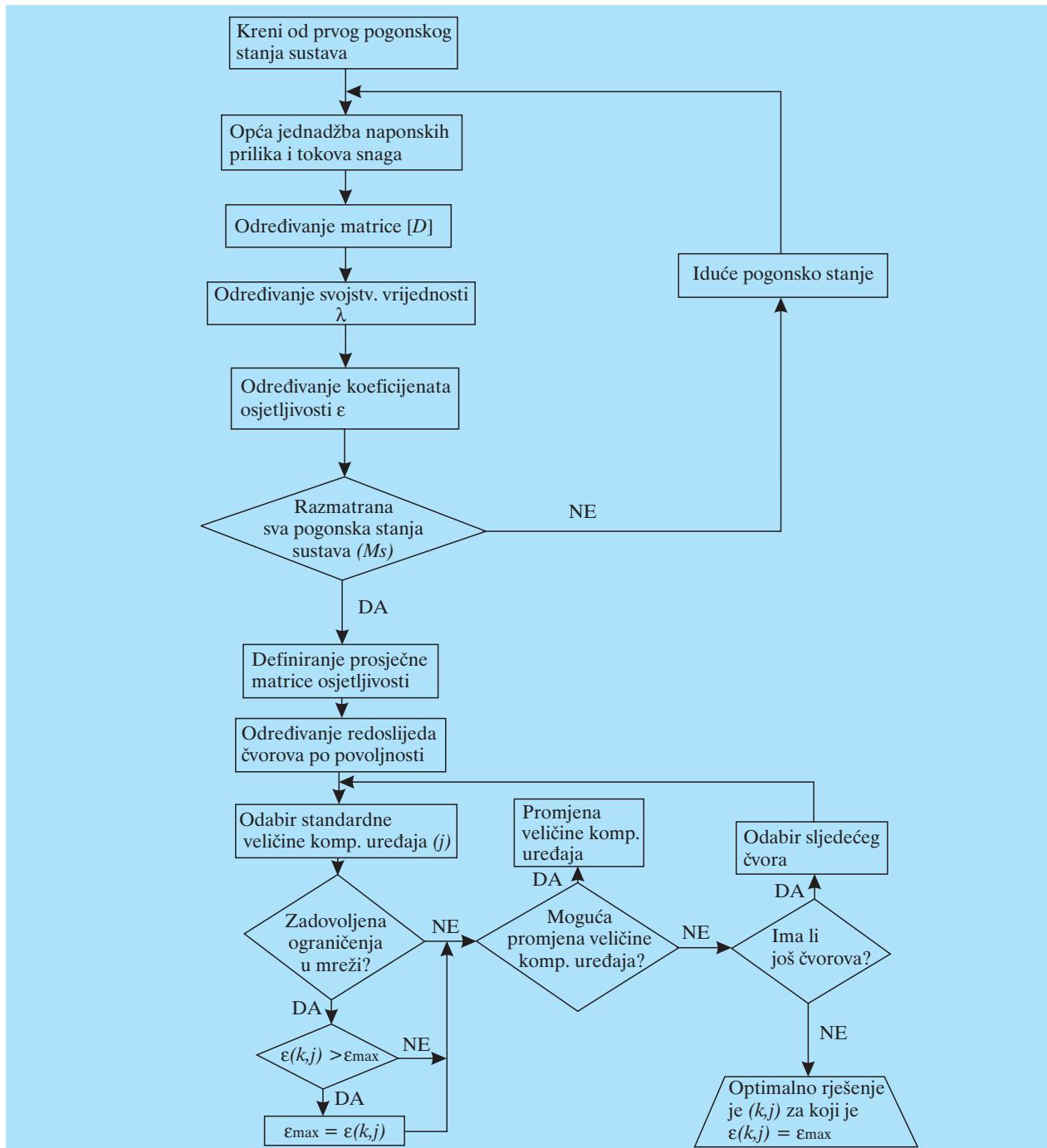
$$\frac{1}{\lambda} \quad j = 1, 2, \dots, M. \quad (59)$$

Korijeni karakterističnog polinoma  $p(\lambda)$  predstavljaju koeficijente osjetljivosti s aspekta sloma napona. Radi preglednosti može se formirati matrica (vektor) osjetljivosti  $[\epsilon]$  koja opisuje pojedini čvor s aspekta sloma napona. Čvor s najvećom vrijednošću  $\epsilon$  je najbliže slomu napona, tj. to je najpovoljniji čvor za ugradnju kompenzaciskog uređaja s aspekta sloma napona.

Analogno prethodnim poglavlјima potrebno je provesti analizu najkritičnijih čvorova za više pogonskih stanja ( $i=1,2,\dots,M_s$ ). Svako pogonsko stanje je okarakterizirano određenom vjerojatnošću  $p_i$ . Srednja ili prosječna matrica koeficijenta osjetljivosti s aspekta sloma napona definira se kao suma umnožaka vjerojatnosti pogonskih stanja i pripadnih matrica osjetljivosti:

$$\bar{p}_i = \sum_{i=1}^{M_s} p_i \quad (60)$$

Članovi matrice  $\bar{p}$  uključuju u sebi razmatrana pogonska stanja u dužem vremenskom razdoblju i opisuju pogodnost čvorova za ugradnju kompenzacijskih uređaja. Na taj način smo rangirali čvorove s aspekta sloma napona. Najveći element matrice  $\bar{p}$  je najpogodnija lokacija za ugradnju uređaja za kompenzaciju jalove snage. Nakon toga potrebno je odrediti najpovoljniju veličinu kompenzacijskog uređaja. Sljedeća slika prikazuje dijagram toka funkcije određivanja najpovoljnije lokacije i veličine kompenzacijskog uređaja s aspekta sloma napona.



Slika 3. Blok dijagram toka postupka određivanja optimalne lokacije i veličine kompenzacijskog uređaja s aspekta izbjegavanja sloma napona

## 2.4. Konačni odabir lokacije i veličine kompenzacijskog uređaja

Nakon provedenih analiza u prethodnim poglavljima dobili smo tri karakteristične matrice koje rangiraju čvorove kao potencijalne lokacije kompenzacijskog uređaja prema tri opisana kriterija. Postavlja se pitanje kako od tri neovisna uvjeta i tri neovisna rangiranja lokacije i veličine kompenzacijskih uređaja dobiti jedinstvenu lokaciju i veličinu kompenzacijskog uređaja, odnosno jedinstveno rješenje koje bi moglo zadovoljiti sve postavljene uvjete.

Kao što je ranije rečeno, ovisno o konkretnom problemu, ali i iskustvu, svakom pojedinom kriteriju pridodaje se koeficijent važnosti, tj. težinski faktor, ovisno o tome koliku ulogu ima razmatrani kriterij (naponske prilike, gubici radne snage ili slom napona) u rješavanju problema u konkretnoj mreži. Težinski faktori mogu imati vrijednost i veću od jedan, ovisno o slobodnoj procjeni autora. Dakle, težinski faktori nisu vjerojatnosti, niti se mogu dokazati eksperimentom. To su veličine koje se definiraju na osnovi slobodne procjene planera koji na osnovi vlastitih iskustava, vezano za funkciranje prijenosne mreže, može postaviti relativne odnose između pojedinih stanja mreže s obzirom na kvalitetu pogona.

Osim toga potrebno je naglasiti da se kompenzacijski uređaj ugrađuje za jedno duže vremensko razdoblje, dakle ne za trenutne potrebe u mreži. Stoga je potrebno naći najpovoljniju lokaciju i veličinu kompenzacijskog uređaja za više različitih pogonskih stanja i za sagledivo iduće razdoblje. Zbog toga se koriste prosječne vrijednosti koeficijenata, te se formira jedna općenita matrica  $[f]$  koja predstavlja objektu funkciju i to na sljedeći način:

$$f = w_{\text{nap}} \text{PKNO} w_{\text{gub}} \bar{L} w_{\text{slom}} - \quad (61)$$

gdje su:

- $[\text{PKNO}]$  – matrica *prosječnih* koeficijenata naponske osjetljivosti prema jednadžbi (23)
- $[L]$  – matrica *prosječnih* koeficijenata osjetljivosti s aspekta smanjenja gubitaka radne snage prema jednadžbi (40)
- $\bar{L}$  – matrica *prosječnih* koeficijenata osjetljivosti s aspekta sloma napona prema jednadžbi (60)
- $w_{\text{nap}}$  – težinski faktor koji opisuje ulogu zadovoljenja naponskih prilika pri ugradnji kompenzacijskih uređaja
- $w_{\text{gub}}$  – težinski faktor koji opisuje ulogu zadovoljenja gubitaka radne snage pri ugradnji kompenzacijskih uređaja
- $w_{\text{slom}}$  – težinski faktor koji opisuje ulogu sloma napona pri ugradnji kompenzacijskih uređaja.

Na taj način matrica  $[f]$  rangira elemente po sva tri kriterija. Najpovoljniji čvor za ugradnju kompenzacijskog uređaja je onaj koji je u matrici  $[f]$  opisan najvećim koeficijentom. Time smo odredili najpovoljniju lokaciju, ali ne i veličinu kompenzacijskog uređaja.

Nakon određivanja najpovoljnije lokacije potrebno je odrediti i najpovoljniju veličinu kompenzacijskog uređaja, odnosno njegovu snagu. Dakle, potrebno je za svaku standardnu veličinu kompenzacijskog uređaja u svakom čvoru provjeriti zadovoljenje postavljenih uvjeta, uvažavajući ranije dobivene koeficijente. Sumirajući sve postavljene uvjete jednostavno dobivamo funkciju  $F(i,j)$ , gdje je  $i$  – čvor u kojem je ugrađen kompenzacijski uređaj nazivne snage "j". Funkciju  $F(i,j)$  definiramo na sljedeći način:

$$\begin{aligned} F(i,j) &= w_{\text{nap}} \text{PKNO}(i) \frac{1}{V(i,j) - 1} \\ &= w_{\text{gub}} \bar{L}(i) \frac{1}{P_{\text{gub}}(i,j) - 1} w_{\text{slom}} - i \\ &\quad i = 1, 2, \dots, M, \\ &\quad j = 1, 2, \dots, M_{\text{ns}}. \end{aligned} \quad (62)$$

gdje su:

$\Delta V(i,j)$  – suma apsolutnih vrijednosti odstupanja napona od dopuštenih granica ugradnjom kompenzacijskog uređaja "j" u čvoru  $i$ .

$\Delta P(i,j)$  – ukupno smanjenje gubitaka radne snage u mreži ugradnjom kompenzacijskog uređaja "j" u čvoru  $i$ .

$W_c$  – težinski faktor koji opisuje ulogu cijene ugradnje kompenzacijskih uređaja

$M$  – ukupni broj čvorova, potencijalnih lokacija kompenzacijskih uređaja

$M_{\text{ns}}$  – ukupni broj nazivnih snaga kompenzacijskih uređaja.

Da bi se izbjegao utjecaj međusobnog nesrazmjera pojedinih veličina (različiti red veličina) potrebno je u relaciji (62) koristiti relativne (jedinične ili normirane) vrijednosti. Pri tom je potrebno prethodno za svaku veličinu odrediti pripadnu baznu vrijednost.

Vrijednost funkcije  $F(i,j)$  u čvoru  $i$ , ugradnjom kompenzacijskog uređaja  $j$  bit će veća što su veći koeficijenti osjetljivosti čvora  $i$  za pojedini razmatrani kriterij (naponske prilike, gubitke radne snage i slom napona), odnosno što su manji: odstupanje napona od dopuštenih granica i gubici radne snage nakon ugradnje kompenzacijskog uređaja. Tako dobivamo matricu u kojoj retke predstavljaju čvorovi kao potencijalne lokacije kompenzacijskih uređaja, a stupce standardne nazivne vrijednosti kompenzacijskih uređaja. Ovu matricu ćemo nazvati globalnom maticom osjetljivosti.

$$[F] = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & \cdots & F_{1Mns} \\ F_{21} & F_{22} & \cdots & F_{2Mns} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ F_{M1} & F_{M2} & \cdots & F_{MMns} \end{bmatrix} \quad (63)$$

Prepostavimo da se promatrana mreža sastoji od  $M$  čvorova – potencijalnih lokacija kompenzacijskog uređaja, te da standardna snaga kompenzacijskog uređaja može varirati od 200 MVAr kapacitivno do 200 MVAr induktivno i to u modulima od po 50 MVAr. To znači da prepostavljamo da kompenzacijski uređaj može imati nazivnu snagu od 50 MVAr, 100 MVAr, 150 MVAr i 200 MVAr u kapacitivnom i u induktivnom području. Naravno, ovo su prepostavke samo za ovaj primjer. U praksi je potrebno uzeti sve veličine kompenzacijskih uređaja dostupne na tržištu, te ih ravnopravno razmatrati. Globalna matrica osjetljivosti u konkretnom slučaju je:

čvor / nazivna snaga (MVAr)		KOMPENZACIJSKI UREĐAJ						
		-200 MVAr	-150 MVAr	.....	100 MVAr	150 MVAr	200 MVAr	
<i>F</i>	<i>C</i>	1	F(1,-200 MVAr)	F(1,-150 MVAr)	...	F(1,100 MVAr)	F(1, 150 MVAr)	F(1, 200 MVAr)
	<i>V</i>	2	F(2,-200 MVAr)	F(2,-150 MVAr)	...	F(2, 100 MVAr)	F(2, 150 MVAr)	F(2, 200 MVAr)
	<i>O</i>	...	...	...	...	...	...	...
	<i>R</i>	<i>M</i>	F( <i>N</i> , -200 MVAr)	F( <i>N</i> , -150 MVAr)	...	F( <i>N</i> , 100 MVAr)	F( <i>N</i> , 150 MVAr)	F( <i>N</i> , 200 MVAr)

Najpovoljnije rješenje predstavlja ona kombinacija (čvor, veličina kompenzacijskog uređaja)=( $i,j$ ) koja je opisana najvećim iznosom funkcije  $F(i,j)$ . To znači da bi se od svih razmatranih opcija ugradnjom kompenzacijskog uređaja  $j$  u čvor  $i$  po svim razmatranim stanjima sustava najviše smanjila naponska odstupanja, gubici radne snage i mogućnost sloma napona u mreži. Na taj način se jednoznačno dobije najpovoljnije rješenje problema kompenzacije jalove snage u mreži s aspekta zadovoljenja napona, smanjenja gubitaka radne snage i izbjegavanja sloma napona.

Nakon ugradnje kompenzacijskog uređaja u čvor s najvećim iznosom funkcije  $F$  potrebno je ponovo razmotriti naponske prilike, gubitke radne snage i blizinu sloma napona u pojedinim čvorovima. Ukoliko su te veličine nezadovoljavajuće i nakon ugradnje prvog kompenzacijskog uređaja, potrebno je ponovno provesti isto razmatranje za ugradnju drugog kompenzacijskog uređaja. Također je moguće da jedan dio sustava ima previsoke, a drugi dio sustava preniske napone. Općenito, potrebno je provoditi razmatrani postupak sve dok zadani kriteriji s aspekta iznosa napona, gubitaka radne snage i sloma napona ne budu zadovoljeni.

### 3. ZAKLJUČAK

Zbog teritorijalnog oblika države i problema koji se javljaju u normalnom pogonu hrvatskog elektroenergetskog sustava bilo je potrebno detaljnije istražiti načine za određivanje najpovoljnije lokacije i veličine kompenzacijskog uređaja. Metodologija prikazana u ovom članku predstavlja prvi dio projekta koji se odnosi na definiranje matematičkog modela. Drugi dio se odnosi na izradu programskog koda na osnovi postavljenog matematičkog modela, te njegovo testiranje.

U ovoj studiji razmatra se najpovoljnija lokacija i veličina kompenzacijskog uređaja s tri aspekta:

- zadovoljenje naponskih prilika,
- smanjenje gubitaka radne snage,
- izbjegavanje sloma napona.

Svakom pojedinom čvoru se za svaki promatrani aspekt (kriterij) pridružuje karakteristični koeficijent. Taj koeficijent govori koliko je pojedini čvor povoljan za ugradnju kompenzacijskog uređaja radi zadovoljenja promatranog kriterija. Prema problemima u konkretnoj mreži svakom aspektu se na osnovi iskustva autora pridjeljuje težinski faktor koji opisuje koliko je promatrani aspekt (naponske prilike, gubici radne snage, slom napona) naglašen u konkretnoj mreži. Razmatra se više stanja, te svako stanje ima pripadnu vjerojatnost. Umnoškom karakterističnih koeficijenata, njihovih težinskih faktora i pripadnih vjerojatnosti stanja, te sumiranja po svim stanjima dobije se jednoznačan broj koji određuje povoljnost ugradnje kompenzacijskog uređaja u svaki pojedini čvor za sva četiri uvjeta istodobno. Na taj način se rangiraju najpovoljnije lokacije za ugradnju kompenzacijskog uređaja.

Analizom zadovoljenja naponskih prilika, smanjenja gubitaka radne snage i izbjegavanja sloma napona za svaku pojedinu standardnu veličinu kompenzacijskog uređaja dobije se konkretan koeficijent  $F(k,j)$ . Uređeni par  $(k,j)$  opisuje čvor  $k$  u koji je ugrađen kompenzacijski uređaj nazine snage  $j$ . Svaki takav par ima svoj

koeficijent  $F(k,j)$ . Varijanta s najvećim  $F$  predstavlja najpovoljniju veličinu kompenzacijskog uređaja i određuje njegovu lokaciju. Na taj način se određuje najpovoljnija lokacija i veličina kompenzacijskog uređaja. Idući korak je bila izrada programske podrške, na osnovi prezentiranog matematičkog modela, te njegovo testiranje i primjena na prijenosnoj mreži Hrvatske.

## LITERATURA

- [1] M. MAJSTROVIĆ, G. MAJSTROVIĆ, D. BAJS: "Metode za izbor najpovoljnije lokacije kompenzacijskih uređaja", Energetski institut "Hrvoje Požar", Zagreb, 2001.
- [2] H. GOLUB Gene, F. VAN LOAN Charles: "Matrix computations", The Johns Hopkins University Press, Baltimore and London.
- [3] M. MAJSTROVIĆ, E. SUTLOVIĆ: "Ponašanje svojstvenih vrijednosti submatrice Jakobijane kao pokazatelj blizine sloma napona", Primošten CIGRE 1995.
- [4] R. A. SCHLUETER, I. HU, W. CHANG, A. LO J. C. COSTI: "Methods for determining proximity to voltage collapse", IEEE Transaction on Power Systems, Vol. 6, No.1., February 1991.
- [5] G. KROST, G. BAKARE: "A genetic algorithm based approach for improvement in voltage profile and real power loss minimization", IEEE Power Tech '99 Conference, Budapest, 1999.

## METHOD FOR OPTIMAL CHOICE OF COMPENSATION EQUIPMENT SIZE

Mathematical model for optimal choice of size and location of compensation equipment is presented from the aspect of voltage circumstances and vicinity of voltage breakdown in

an electric power system. Based on three criteria the objective function is developed, resulting in the optimum, that is best location and size of compensation equipment to satisfy voltage circumstances, decrease losses of active power and avoid voltage breakdown.

## METHODE ZUR AUSWAHL OPTIMALER LEISTUNG VON KOMPENSATIONSANLAGEN

Vorgezeigt wird das mathematische Modell der Bestimmung optimaler Leistung und Standortauswahl für Kompressionsanlagen aus der Sicht der Spannungsverhältnisse und des drohenden Spannungskollapses im Stromversorgungssystem. Nach drei betrachteten Merkmalen wird eine objektbezogene Funktion, deren Lösung einen Optimum bzw. beste Standorte und Leistungen von Kompressionsanlagen zwecks Erreichung der annehmbarer Spannungsverhältnisse, der Verlustminderungen der Wirkleistung und der Ausweichung dem Spannungskollaps gibt, gebildet.

Naslov pisaca:

**Prof. dr. sc. Mislav Majstrović, dipl. ing.  
mr. sc. Goran Majstrović, dipl. ing.  
mr. sc. Davor Bajs, dipl. ing.  
Energetski institut "Hrvoje Požar",  
Savska 163, 10000 Zagreb,  
Hrvatska**

Uredništvo primilo rukops:  
2002 – 12 – 10.