

NUMERIČKI ALGORITAM ZA PRORAČUN OTPORA RASPROSTIRANJA ŠTAPNOG UZEMLJIVAČA PRIMJENOM METODE INTEGRALNIH JEDNADŽBI

Tomislav Barić, Osijek – prof. dr. sc. Zijad Haznadar, Zagreb – prof. dr. sc. Srete Nikolovski, Osijek

UDK 621.3.053:518
STRUČNI ČLANAK

Sve dostupnija osobna računala (PC) te porast njihove procesorske moći (oko 2 puta svakih 18 mjeseci – zakonitost koju je zapazio Gordon Moore davne 1965. godine) otvorila su vrata uporabi osobnih računala u gotovo svim područjima elektrotehnike, pa tako i elektroenergetike. Iako je cijena osobnih računala s obzirom na procesorsku moć u stalnom padu, mnogi profesionalni specijalizirani programski alati za proračune elektromagnetske kompatibilnosti zbog stalnog porasta cijene postaju sve nedostupniji manjim poduzećima i zainteresiranim pojedincima. Izlaz iz ovakve situacije jedino je moguć razvojem vlastitog, ovisno o namjeni specijaliziranog programskog alata. U članku je prikazan način kako se može uporabom relativno jeftinog (oko 500 €) matematičkog paketa “opće namjene” “Mathcad 2000” izvršiti proračun otpora rasprostiranja. Za proračun otpora rasprostiranja korišteno je računalo na bazi Pentium III (667 MHz) procesora s 256 Mb radne memorije. Rezultat dobiven predstavljenim algoritmom i korištenjem programskog paketa Mathcad uspoređen je s rezultatom dobivenim korištenjem suvremenog profesionalnog programskog paketa CDEGS (Current Distribution Electromagnetic Interference Grounding and Soils Structure Analysis) kanadskog proizvođača: “Safe Engineering Services & Technologies Ltd.”, kojemu je točnost provjerena na međunarodnoj razini, brojnim mjerenjima i uspoređivanjem s drugim programskim paketima.

Ključne riječi: otpor rasprostiranja, distribucija struje odvoda iz uzemljivača, metoda integralnih jednadžbi.

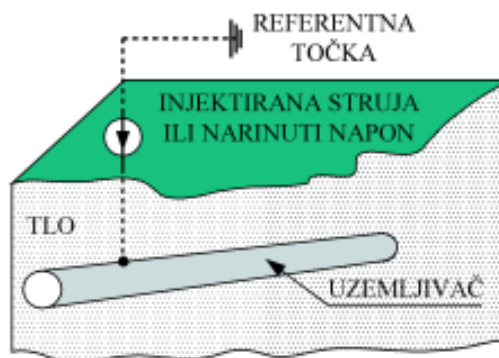
1. UVOD

Cilj ovog članka je pokazati opći postupak primjene metode integralnih jednadžbi za proračune otpora rasprostiranja korištenjem općenamjenskih matematičkih paketa na primjeru matematičkog paketa “Mathcad 2000”. Radi jednostavnosti izlaganja algoritam za proračun otpora rasprostiranja prvo je izveden za slučaj vrlo duboko ukopanog štapnog uzemljivača (cijevi) u tlo, zatim je isti algoritam proširen kako bi se uvažio utjecaj diskontinuiteta električne vodljivosti na granici tlo – zrak. Pod pojmom vrlo duboko ukopanog uzemljivača misli se na dubinu ukopavanja koja je nekoliko puta veća od najveće dimenzije uzemljivača. Za tlo je uzet specifični otpor od $100 \text{ } \Omega \cdot \text{m}$, koja je tipična vrijednost otpora tla u Slavoniji. Prikazan matematički model namjerno je sveden na oblik koji se lako može prenamijeniti za: određivanje kapaciteta voda, analizu utjecaja korozije, analizu korone na krajevima sabirnice ili iskrišta. Promatrani uzemljivač je obična cijev, kružnog poprečnog presjeka s oštrim završetkom.

2. FIZIKALNI MODEL

Radi pojednostavljenja fizikalne slike te izgradnje što jednostavnijeg matematičkog aparata kojemu je točnost unutar prethodno zadanih granica, pretpostavit ćemo

da je uzemljivač duboko ukopan, na taj način se može zanemariti utjecaj diskontinuiteta električne vodljivosti na granici tlo – zrak. Iako je na ovaj način svjesno učinjena pogreška fizikalnog modela prema kojemu se redovito ne može zanemariti utjecaj odslikavanja vodiča, na ovaj način se lakše dolazi do algoritma za proračun otpora rasprostiranja, odnosno lakše se provjerava konvergencija algoritma prema točnom rješenju, a poslije proširenjem dobivenog algoritma uvažava se odslikavanje te na taj način dobivamo praktično uporabljive rezultate. Nadalje potpuno je svejedno uzimamo li da je u uzemljivač (slika 1) injektirana struja



Slika 1. Trodimenzionalni prikaz vrlo duboko ukopanog cjevastog uzemljivača u uniformno homogeno tlo

ili je na njega narinut napon, uvijek dobivamo isti iznos otpora rasprostiranja.

3. MATEMATIČKI MODEL

Metoda integralnih jednadžbi se vrlo često koristi za proračun otpora rasprostiranja. Pogodnost ove metode u odnosu na druge, npr. FEM (Finite Element Method) ili MCM (Monte Carlo Method), je u njezinoj uspješnosti rješavanja zadaća u neograničenom prostoru. Praktički to su slučajevi kada nas zanimaju električne prilike izvan i na površini vodljivih struktura, kao što je to npr. uzemljivač. Bez obzira što distribucija površinskih struja na vodiču uzemljivača s konačnim dimenzijama nije poznata, može se pretpostaviti da je vodič uzemljivača dovoljnog presjeka na konstantnom potencijalu. Distribucija površinske gustoće struje bit će takvog oblika i iznosa kojim se osigurava jednak potencijal na cijelom uzemljivaču. Pojednostavljeni matematički izraz za skalarni električni potencijal u okolini žičanih struktura nastao zbog elementarnih izvora (površinskih struja uzemljivača), može se pisati u obliku:

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\kappa} \int_{l'} \frac{\lambda(r')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dl' \quad (1)$$

$$|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} \quad (2)$$

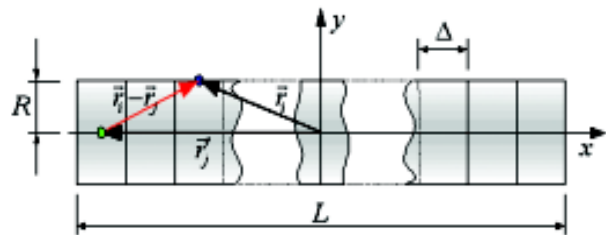
gdje je: $\vec{r}'(x', y', z')$ koordinatni položaj izvora, tj. površinske struje,
 $\vec{r}(x, y, z)$ koordinatni položaj točke promatranja,
 dl' krivulja integracije, odnosno geometrija vodiča,
 $|\vec{r} - \vec{r}'|$ udaljenost između izvora i mjesta promatranja,
 $\lambda(r')$ linijska gustoća struje duž vodiča [A/m].

Naravno, izraz (1) bi bio koristan u praksi kada bismo poznavali funkciju $\lambda(r')$, koja je redovito nepoznata. Korištenjem Leibnitz-ovog tretmana integrala kao beskonačne sume, u našem slučaju konačne, dobivamo

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\kappa} \int_{l'} \frac{\lambda(r')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dl' \approx \frac{1}{4\pi\kappa} \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^N \frac{\lambda(r'_j)}{|\vec{r} - \vec{r}'_j|} \Delta l' \quad (3)$$

Navedeni integral možemo riješiti i numeričkom integracijom s time da vodič moramo izdijeliti na dovoljan broj segmenata, čiji je broj određen s obzirom na točnost rezultata. Izraz (3) bi se mogao lako riješiti numeričkom integracijom kada bi se poznavala linijska gustoća struje svakog segmenta, no kao što je prije rečeno, ona nije poznata. Iz istoga razloga je potrebno promatrati skalarni električni potencijal u onoliko točaka na površini

uzemljivača koliko ima segmenata. Na taj način dobiva se sustav jednadžbi kojemu je broj nepoznanica jednak broju jednadžbi. Radi toga potrebno je prikazati geometriju uzemljivača u koordinatnom sustavu u kojemu je jednoznačno određen položaj točke promatranja i položaj izvora polja. Izvor polja je u biti točkasti izvor smješten na osi vodiča u sredini svakog segmenta, a izražen je preko linijske gustoće struje na promatranom segmentu $\Delta i_j = \lambda_j \cdot \Delta$ (slučaj jednakih segmenata).



Slika 2. Segmentacija vodiča i položaji elementarnih izvora i točaka promatranja

Prema proizvoljno odabranom načinu indeksiranja linijskih gustoća struje (λ_j) duž pojedinog segmenta, prva s lijeva ima indeks "0", a posljednja ili krajnja desna indeks "N-1". Vodič uzemljivača je podijeljen na N jednakih dijelova (u daljnjem tekstu segmenata) koji su označeni na jednak način kao i linijske gustoće struje λ_j , (slika 2). Na osnovi iznesenog, izraz (3) možemo napisati u obliku

$$\varphi_i = \frac{\Delta}{4\pi\kappa} \sum_{j=0}^{N-1} \frac{\lambda_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}'_j|} \quad (4)$$

Položaj svake površinske gustoće struje i točke promatranja koja se nalazi na sredini svakog segmenta s obzirom na zajednički koordinatni sustav izražen s x i y koordinatama glasi:

$$\vec{r}_i = \left(-\frac{L}{2} + \Delta \cdot \left(i + \frac{1}{2} \right) \right) \hat{x} + R \cdot \hat{y} \quad \text{odnosno}$$

$$\vec{r}'_j = \left(-\frac{L}{2} + \Delta \cdot \left(j + \frac{1}{2} \right) \right) \hat{x} + 0 \cdot \hat{y} \quad (5)$$

Uvrštavanjem izraza (5) u izraz (4), dobivamo izraz (6) koji glasi

$$\varphi_i = \frac{\Delta}{4 \cdot \pi \cdot \kappa} \sum_{j=0}^{N-1} \frac{\lambda_j}{\sqrt{(\Delta(i-j))^2 + R^2}} =$$

$$= \frac{L}{4 \cdot \pi \cdot \kappa \cdot N} \sum_{j=0}^{N-1} \frac{\lambda_j}{\sqrt{(\Delta(i-j))^2 + R^2}} \quad (6)$$

gdje je: κ specifična vodljivost tla [S/m],
 Δ duljina segmenta ($\Delta = L/N$),

- R radijus vodiča [m],
 λ_j linijska gustoća struje j -og segmenta [A/m],
 \vec{r}_i vektor položaja točke promatranja [m],
 \vec{r}'_j vektor položaja izvora polja [m].

Izraz (6) je temeljni izraz na osnovi kojeg će biti izvršen numerički proračun otpora rasprostiranja. Korištenjem matrične notacije izraz (6) glasi

$$[\varphi] = [p] \cdot [\lambda] \quad (7)$$

gdje je: $[\varphi]$ vektor slobodnih koeficijenata (potencijala),
 $[\lambda]$ vektor rješenja (nepoznanica),
 $[p]$ matrica sustava.

Elementi matrice sustava $[p]$ u izrazu (7) dani su sljedećom formulom

$$p_{ij} = \frac{\Delta}{4 \cdot \pi \cdot \kappa} \frac{1}{\sqrt{(\Delta(i-j))^2 + R^2}} \quad (8)$$

Na osnovi matrične jednadžbe (7) te činjenice da je vodič uzemljivača na konstantnom potencijalu $\varphi_i = \varphi$, zaključujemo da imamo ukupno $N+1$ nepoznanicu, od kojih je N nepoznanica u vektoru rješenja, odnosno linijske gustoće struje $[\lambda]^T = [\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{N-1}]$ te preostala nepoznanica potencijal vodiča. Potencijal vodiča može biti poznata vrijednost potencijala uzemljivača ili proizvoljna vrijednost. U oba slučaja dobit ćemo istu vrijednost otpora rasprostiranja, jedino što će se razlikovati struja uzemljivača. Otpor rasprostiranja uzemljivača dan je sljedećim općim izrazom

$$R_u = \frac{\varphi_{uzemljivača} - \varphi_{ref}}{i} \quad (9)$$

gdje je: $\varphi_{uzemljivača}$ potencijal uzemljivača [V],
 φ_{ref} potencijal referentne točke (najčešće uzimamo 0 V),
 i struja koja izlazi iz uzemljivača [A].

Za određivanje otpora rasprostiranja potrebno je još odrediti iznos struje koja istječe iz uzemljivača za unaprijed zadani potencijal uzemljivača. Ukupna struja koja istječe iz uzemljivača dana je izrazom

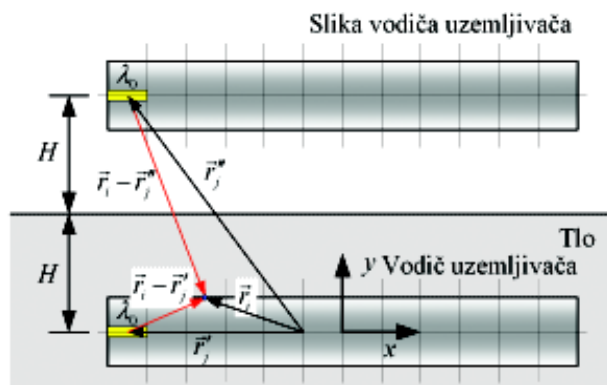
$$i = \sum_{j=0}^{N-1} \lambda_j \cdot \Delta = \frac{L}{N} \cdot \sum_{j=0}^{N-1} \lambda_j, \quad (10)$$

a dobivena je zbrajanjem struja koje istječu iz svakog segmenta vodiča.

4. UTJECAJ DISKONTINUITETA ELEKTRIČNE VODLJIVOSTI

Utjecaj diskontinuiteta električne vodljivosti na granici tlo – zrak najlakše je uvažiti korištenjem metode od-

slikavanja. Pri tome su električne prilike u tlu, što uključuje i granicu tlo-zrak, takve kao da se iznad tla nalazi još jedan vodič identičan ukopanom, a koji je protjecan jednakom strujom kao i vodič uzemljivača. Točnije rečeno odslikani vodič ima jednaku površinsku distribuciju struje kao i vodič uzemljivača. Drugim riječima kao da je došlo do odslikavanja na granici tlo – zrak (slika 3).



Slika 3. Segmentacija i odslikavanje vodiča na granici tlo – zrak

S obzirom da odslikani vodič ima jednaku površinsku distribuciju struje kao i vodič uzemljivača, pogodno je indeksirati segmente, odnosno položaje linijskih gustoća struja na jednak način kao i na vodiču uzemljivača. Položaj svake površinske gustoće struje na slici uzemljivača iznad zemlje \vec{r}''_j u zajedničkom koordinatnom sustavu izraženom s x i y koordinatama glasi

$$\vec{r}''_j = \left(-\frac{L}{2} + \Delta \cdot \left(j + \frac{1}{2} \right) \right) \hat{x} + (2 \cdot H - R) \cdot \hat{y}. \quad (11)$$

Skalarni električni potencijal u i -toj točki promatranja na površini vodiča uzemljivača dobivamo proširenjem izraza (4), što se da zapisati kao

$$\varphi_i = \frac{\Delta}{4\pi\kappa} \sum_{j=0}^{N-1} \left(\frac{\lambda_{j(uzemljivača)}}{|\vec{r}_i - \vec{r}'_j|} + \frac{\lambda_{j(slike uzemljivača)}}{|\vec{r}_i - \vec{r}''_j|} \right). \quad (12)$$

Drugi član u zagradi predstavlja utjecaj odslikane linijske gustoće struje u i -toj točki.

Uvrštavanjem izraza (5) i (11) te svojstva $\lambda_{j(uzemljivača)} = \lambda_{j(slike uzemljivača)}$ u izraz (12) dobivamo izraz (13) koji glasi

$$\varphi_i = \frac{L}{4 \cdot \pi \cdot \kappa \cdot N} \sum_{j=0}^{N-1} \left(\frac{\lambda_j}{\sqrt{(\Delta(i-j))^2 + R^2}} + \frac{\lambda_j}{\sqrt{(\Delta(i-j))^2 + (2 \cdot H - R)^2}} \right). \quad (13)$$

Izraz (13) se može prikazati u matričnoj notaciji, odnosno kao izraz (7), gdje elementi matrice sustava $[p]$ glase

$$p_{ij} = \frac{\Delta}{4 \cdot \pi \cdot \kappa} \left(\frac{1}{\sqrt{(\Delta(i-j))^2 + R^2}} + \frac{1}{\sqrt{(\Delta(i-j))^2 + (2H-R)^2}} \right). \quad (14)$$

Detaljnije informacije o rješavanju elektromagnetskih zadaća primjenom metode integralnih jednadžbi i numeričkim postupcima u elektrotehnici zainteresirani čitatelj može pronaći u [1], [2], [3], [4], [5] i [7]. Neki elementi numeričke matematike i iterativne metode rješavanja sustava linearnih jednadžbi detaljno su opisani u [6].

5. IZBOR TOČAKA PROMATRANJA I NAČIN SEGMENTACIJE

Skalarni električni potencijal u bilo kojoj točki promatranja dan je kao superpozicija svih potencijala uzrokovanih istjecanjem struje iz površine svakog segmenta. Točke promatranja su odabrane tako da leže na pravcu koji je paralelan s osi uzemljivača i udaljen od nje za veličinu radijusa vodiča (što znači da se nalaze na površini uzemljivača), a s položajem koji odgovara sredini svakog segmenta. Ovakav način izbora točaka je odabran radi pojednostavljenja matematičkog modela, ali kao što će se kasnije vidjeti znatno utječe na točnost proračuna. Naime, izbor točaka promatranja, a tako i izbor položaja elementarnih izvora struje, odabire se približno tako da je gustoća točaka veća na mjestima gdje očekujemo najveću promjenu površinskih struja. Pri tome nam može koristiti sljedeća smjernica koja kaže da se najveće površinske struje mogu očekivati na oštrim bridovima ili krajevima vodiča. U nerijetkim slučajevima električna površinska aktivnost vodiča uz krajeve je takva da površinske struje imaju gotovo singularne vrijednosti. Praktički to znači pojačanu galvansku aktivnost odnosno, koroziju kod uzemljivača te koronu u slučaju sabirnice ili iskrišta.

6. UBRZANJE ALGORITMA

Vrlo često su uzemljivači simetrične strukture kao i u ovom slučaju te u tome slučaju nije potrebno rješavati sustav jednadžbi s N nepoznanica. Primjerice u ovom slučaju postoji samo $N/2$ različitih nepoznanica s obzirom da vrijedi $\lambda_0 = \lambda_{N-1}$, $\lambda_1 = \lambda_{N-2}$, ..., $\lambda_{(N/2)-1} = \lambda_{N/2}$ tj. gustoće struje su simetrične s obzirom na y os. Na taj način je broj elemenata u matrici $[p]$ znatno smanjen s N^2 na $(1/4)N^2$ elemenata. Ili drugim riječima potreb-

no je potrošiti $1/4$ vremena procesorskog vremena koje bi se potrošilo na izračunavanje elemenata matrice $[p]$ da nije iskorišteno ovo svojstvo.

7. ANALITIČKI IZRAZI ZA ODREĐIVANJE OTPORA RASPROSTIRANJA

Općenito su rijetki slučajevi poput ovoga, kod kojih je moguće uz pomoć analitičkih izraza odrediti otpor rasprostiranja, zbog toga se pribjegava numeričkim metodama ili empirijskim izrazima. S obzirom da je ovo slučaj kod kojeg je moguće sa zadovoljavajućom točnošću (pogrješka reda 10%) odrediti otpor rasprostiranja, iz istog razloga je i odabran za ovaj rad. Radi toga polazimo od analitičkog izraza uz pomoć kojega određujemo skalarni električni potencijal u okolišu ravnog dugog štapa, a koji je dan sljedećim izrazom:

$$\varphi(x, y) = \frac{\lambda}{4\pi\kappa} \ln \frac{x+c+\sqrt{(x+c)^2+y^2}}{x-c+\sqrt{(x-c)^2+y^2}} \quad (15)$$

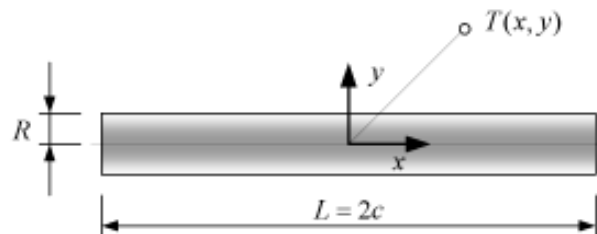
gdje je: x koordinatni položaj izvora, tj. površinske struje,

y koordinati položaj točke promatranja,

c pola duljine štapa [m] ($c = L/2$),

λ linijska gustoća struje duž vodiča [A/m].

Varijable i parametri jednadžbe (15) odnose se na sliku 4.



Slika 4. Osamljeni štapa u prostoru (flu) i relevantna geometrija

Detaljniji podaci o tome kako se došlo do izraza (15) mogu se pronaći u [3], [8] i [9].

Ovaj izraz izveden je pod pretpostavkom da je duljina štapa puno veća od njegovog radijusa, odnosno kada možemo govoriti o vitkom štapa, te da je linijska gustoća struje konstantna veličina duž vodiča. Dakle, točnost ovoga izraza uvelike ovisi o omjeru duljine i radijusa štapa, tj. izraz je točniji za veći omjer L/R . Izraz (15) inženjeri u praksi koriste za određivanje potencijala u okolišu dugog štapa te za određivanje otpora rasprostiranja. U ovom radu on će biti korišten za usporedbu s numeričkim postupkom određivanja otpora rasprostiranja. S obzirom da je ukupna struja koja istječe iz uzemljivača povezana s linijskom gustoćom struje

izrazom $i = \lambda \cdot L$, tada odredimo li potencijal na sredini štapa $T=(0,R)$ te korištenjem izraza (9) dolazimo do formule za otpor rasprostiranja usamljenog ravnog štapa, a koji glasi

$$R_u = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \kappa \cdot L} \ln \frac{c + \sqrt{c^2 + R^2}}{-c + \sqrt{c^2 + R^2}}. \quad (16)$$

Uvaži li se odslikavanje vodiča iznad tla, tada izraz za otpor usamljenog štapa glasi

$$R_u = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \kappa \cdot L} \left(\ln \frac{c + \sqrt{c^2 + R^2}}{-c + \sqrt{c^2 + R^2}} + \ln \frac{c + \sqrt{c^2 + (2 \cdot H - R)^2}}{-c + \sqrt{c^2 + (2 \cdot H - R)^2}} \right). \quad (17)$$

Osim izraza (16) i (17), otpor rasprostiranja jednostavnog horizontalnog uzemljivača može se dosta točno i lako odrediti analitičkim izrazom temeljenim na metodi srednjeg potencijala, koji za beskonačni prostor, tj. usamljeni ravni horizontalni štap glasi:

$$R_{MSP} = \frac{1}{2\pi\kappa L} \left\{ \ln \left[\frac{L}{R} + \sqrt{\left(\frac{L}{R}\right)^2 + 1} \right] - \sqrt{1 + \left(\frac{R}{L}\right)^2} + \frac{R}{L} \right\}. \quad (18)$$

U slučaju kada je duljina uzemljivača puno veća od njegovog radijusa $L \gg R$ izraz (18) može se napisati u jednostavnijem obliku:

$$R_{MSP} \approx \frac{1}{2\pi\kappa L} \left\{ \ln \left[\frac{2L}{R} \right] - 1 \right\}. \quad (19)$$

Uvažavanjem odslikavanja na granici tlo-zrak izraz (18) prelazi u:

$$R_{ASP} = \frac{1}{2\pi\kappa L} \left\{ \ln \left[\frac{L}{R} + \sqrt{\left(\frac{L}{R}\right)^2 + 1} \right] - \sqrt{1 + \left(\frac{R}{L}\right)^2} + \frac{R}{L} + \ln \left[\frac{L}{2H - R} + \sqrt{\left(\frac{L}{2H - R}\right)^2 + 1} \right] - \sqrt{1 + \left(\frac{2H - R}{L}\right)^2} + \frac{2H - R}{L} \right\}. \quad (20)$$

8. MATEMATIČKI PROGRAMSKI PAKETI

Programski paket Mathcad 2000, odnosno njegova novija inačica Mathcad 2001, namijenjen je prvenstveno inženjerima u praksi te za studente tehničkih znanosti. Odlikuje ga visoka fleksibilnost u radu i vrlo jednostavna sintaksa. Proizvod je tvrtke: "MathSoft Inc." S obzirom da je cijena ovog programa oko 500 € postao

je vrlo popularan među studentima tehničkih znanosti u zapadnoj Europi. Osim ovog u novije vrijeme sve popularnijeg programa postoje razne inačice programa Mathematica koji je proizvod tvrtke: "Wolfram Research, Inc". Ovaj program ima razrađenije i znatno brže algoritme za rješavanje matematičkih zadataka, međutim složeniju sintaksu. Posljednji program omogućava rad s golemim matricama te posjeduje akceleratorne algoritme za rad s istim, što može biti od presudnog značenja ukoliko je potrebno riješiti matricu s vrlo velikim brojem elemenata, primjerice više milijuna elemenata. S druge pak strane ovaj program je naveden samo informativno s obzirom da mu se cijena kreće oko 2000 €. Pojediniosti o oba navedena programa mogu se naći na sljedećim web adresama: www.wolfram.com za Mathematicu, odnosno www.mathsoft.com za Mathcad 2000.

9. PROFESIONALNI PROGRAMSKI PAKETI ZA PRORAČUN OTPORA RASPROSTIRANJA

Među najpoznatijim profesionalnim programskim paketima za proračun otpora rasprostiranja je programski paket CDEGS (Current Distribution Electromagnetic Interference Grounding and Soils Structure Analysis) kanadskog proizvođača: "Safe Engineering Services & Technologies Ltd.". Programski paket se sastoji od više programskih modula, uz koje je moguće izvršiti cijeli niz elektromagnetskih proračuna unutar i izvan postrojenja. Unutar programskog paketa CDEGS za proračune uzemljivača ponuđena su dva modula: jedan za niske frekvencije MALT, korišten u ovom radu, a drugi HIFREQ za visoke frekvencije, koji elektromagnetske zadatke rješava korištenjem teorije elektromagnetskih polja. Detaljnije informacije o programskom paketu CDEGS mogu se pronaći u [5]. U ovom radu korišten je modul MALT, kojemu je cijena oko 5000 \$. Točnost rezultata dobivenih ovim programskim paketom višestruko je provjerena u izvješćima i radovima prezentiranim na brojnim međunarodnim konferencijama, uključujući IEEE. Sam programski paket koristi metodu momenata (poseban slučaj metode integralnih jednadžbi) za proračun otpora rasprostiranja. Pojediniosti o navedenom programu mogu se naći na sljedećoj web adresi: www.sestech.com.

10. ALGORITAM ZA PRORAČUN OTPORA RASPROSTIRANJA

Numerički proračun otpora rasprostiranja na osnovi prezentiranog algoritma izvršen je korištenjem općeg namjenskog programa Mathcad 2000. Vodič uzemljivača duljine 1 m i radijusa 1 cm podijeljen je na različit broj segmenata počevši od 10 segmenata pa sve do 100 segmenata u koracima po 10 segmenata. Za vodljivost tla uzeta je vrijednost od 0.01 S/m. Kratak ispis programa koji je korišten u ovom radu prikazan je u idućim redcima.

Naredba

$$N := 100 \quad L := 1 \quad R := 0.01$$

$$\kappa := 0.01$$

$$i := 0..(N-1)$$

$$j := 0..(N-1)$$

$$\Delta := \frac{L}{N}$$

$$p_{i,j} := \left(\frac{\Delta}{4 \cdot \pi \cdot \kappa} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{[\Delta \cdot (i-j)]^2 + R^2}}$$

$$k := C$$

$$\phi_{j,k} := C$$

$$\lambda := \text{lsolve}(p, \phi)$$

$$I := \Delta \cdot \sum_{j=0}^{N-1} \lambda_j$$

$$R_u := \frac{\phi_{0,0}}{I}$$

Za uvažavanje utjecaja ukopavanja potrebni su sljedeći redci

$$H := 0.7 \quad \text{Dubina ukopavanja [m]}$$

$$p_{i,j} := \left(\frac{\Delta}{4 \cdot \pi \cdot \kappa} \right) \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{[\Delta \cdot (i-j)]^2 + (R)^2}} + \frac{1}{\sqrt{[\Delta \cdot (i-j)]^2 + (2 \cdot H - R)^2}} \right]$$

Za izračunavanje otpora rasprostiranja analitičkim izrazima potrebni su sljedeći redci

$$R_{msp1} := \left(\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \kappa \cdot L} \right) \cdot \left[\ln \left[\left(\frac{L}{R} \right) + \sqrt{\left(\frac{L}{R} \right)^2 + 1} \right] - \sqrt{\left(\frac{R}{L} \right)^2 + 1} + \frac{R}{L} \right]$$

$$R_{msp2} := R_{msp1} + \left(\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \kappa \cdot L} \right) \cdot \left[\ln \left[\left(\frac{L}{2 \cdot H - R} \right) + \sqrt{\left(\frac{L}{2 \cdot H - R} \right)^2 + 1} \right] - \sqrt{\left(\frac{2 \cdot H - R}{L} \right)^2 + 1} + \frac{2 \cdot H - R}{L} \right]$$

$$c := \frac{L}{2} \quad \text{Pola dužine vodiča [m]}$$

$$Ru1 := \left(\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \kappa \cdot L} \right) \cdot \ln \left(\frac{c + \sqrt{c^2 + R^2}}{-c + \sqrt{c^2 + R^2}} \right)$$

$$Ru2 := Ru1 + \left(\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \kappa \cdot L} \right) \cdot \ln \left[\frac{c + \sqrt{c^2 + (2 \cdot H - R)^2}}{-c + \sqrt{c^2 + (2 \cdot H - R)^2}} \right]$$

* Oznake: R_{msp1} , R_{msp2} , R_{u1} i R_{u2} uvedene su radi elegantnijeg zapisa programa

Komentar

Broj segmenata, dužina i radijus vodiča [m]

Specifična vodljivost tla [S/m]

Povećavaj vrijednost indeksa i od 0 do $(N-1)$ s korakom od 1

Povećavaj vrijednost indeksa j od 0 do $(N-1)$ s korakom od 1

Dužina segmenta vodiča [m]

Definicija elementa matrice $[p]$ (i = redak, j = stupac)

Indeks prvog stupca u matrici $[p]$, prvi stupac ima indeks 0 a zadnji $N-1$

Proizvoljno zadan potencijal uzemljivača od 1 [V], elementi vektora rješenja

Naredba za rješavanje sustava jednadžbi

Ukupna struja koja istječe iz uzemljivača

Definicija otpora rasprostiranja.

10. ANALIZA REZULTATA

Prva analiza dobivenih rezultata provedena je za osamljen vodič u tlu, uz zanemaren utjecaj odslikavanja (tablice 1 i 2). Usporedbom dobivenih rezultata vidljivo je da programski paket CDEGS daje točniji rezultat za manji broj segmenata, ali povećanjem broja segmenata sporije konvergira prema točnijem rješenju. Nasuprot tome prezentirani algoritam za mali broj segmenata daje lošiji rezultat, ali brzo konvergira prema točnom rješenju (vidi sliku 5). Iz slike 5 može se zaključiti da je za prezentirani algoritam potrebno uzeti barem 50-tak segmenata kako bi se rezultat mogao smatrati prihvatljivim.

Kako bi se mogla odrediti točnost, odnosno pogreška prezentiranog algoritma, za točnu vrijednost otpora rasprostiranja uzeta je vrijednost dobivena uz pomoć programskog paketa CDEGS koja iznosi $R_u = 67.146 \Omega$ ($N=100$ segmenata). Postotne pogreške prezentiranog algoritma i analitičkih izraza (16) i (18) u odnosu na programski paket CDEGS dane su u tablici 2. Prema tablici 2 pogreška prezentiranog algoritma iznosi – 0.095%, što je izvrsno slaganje s profesionalnim programom.

Drugi dio analize proveden je za izračunate otpore rasprostiranja dodatnim algoritmom uz pomoć kojega je uvažen utjecaj odslikavanja na granici tlo-zrak. Sažeti rezultati prikazani su u tablicama 3 i 4. Konvergencija je slična kao i u prethodnom slučaju, pa nije posebno analizirana. U ovom slučaju dobiveni otpor rasprostiranja je nešto veći (oko 10 %) u odnosu na prethodni slučaj, što znači da se obvezatno mora uzeti u obzir utjecaj odslikavanja na granici tlo – zrak.

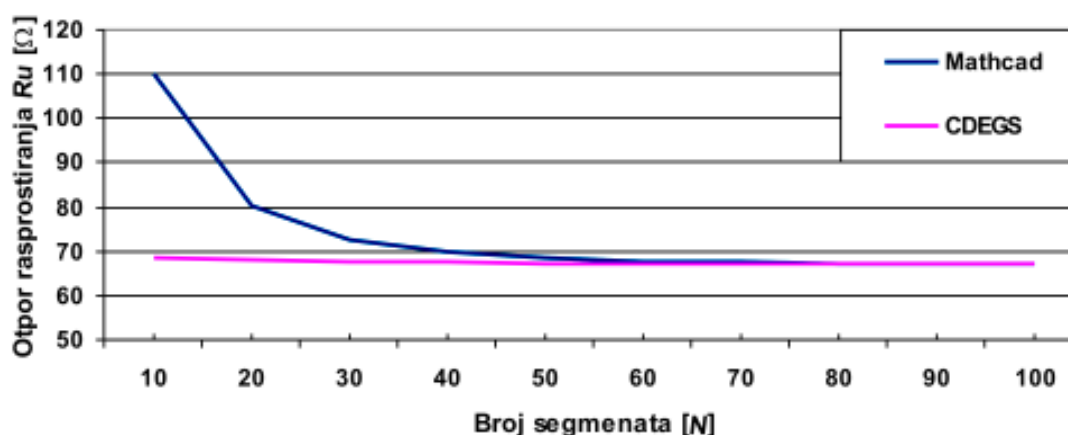
Tablica 1. Usporedba rezultata dobivenih različitim programima za različit broj segmenata*

Broj segmenata N		10	20	30	40	50
Otpor rasprostiranja $[\Omega]$	Mathcad 2000	109.952	80.197	72.57	69.700	68.426
	CDEGS	68.411	67.840	67.583	67.432	67.331

* Rezultati dobiveni zanemarivanjem odslikavanja

Tablica 1. nastavak

Broj segmenata N		60	70	80	90	100
Otpor rasprostiranja $[\Omega]$	Mathcad 2000	67.802	67.47	67.28	67.162	67.082
	CDEGS	67.261	67.211	67.177	67.153	67.146

**Slika 5. Ovisnost otpora rasprostiranja R_u , o broju segmenata N** **Tablica 2. Pogreške različitih načina određivanja otpora rasprostiranja***

Način određivanja otpora rasprostiranja	Mathcad 2000	CDEGS	Jednadžba (16)	Jednadžba (18)
Otpor rasprostiranja $[\Omega]$	67.082	67.146	73.295	68.569
Pogrješka [%]	-0.095	referenca	9.16	2.119

* Rezultati dobiveni zanemarivanjem odslikavanja

Kao i u prethodnom slučaju za točnu vrijednost otpora rasprostiranja uzeta je vrijednost dobivena programskim paketom CDEGS koja iznosi $R_u=72.482 \Omega$ (za $N=100$ segmenata). Postotne pogreške prezentiranog algoritma i analitičkih izraza (17) i (20) u odnosu na programski paket CDEGS dane su u tablici 4. Prema tablici 4

pogrješka prezentiranog algoritma iznosi 0.108%, što je izvrsno slaganje s profesionalnim programom.

Ponekad u slučaju proučavanja korozije može biti zanimljiva površinska strujna aktivnost uzemljivača, odnosno distribucija površinskih struja. Naime korozija vodiča proporcionalna je strujnoj aktivnosti površine.

Tablica 3. Usporedba rezultata dobivenih različitim programima za različit broj segmenata*

Broj segmenata N		10	20	30	40	50
Otpor rasprostiranja [Ω]	Mathcad 2000	115.455	85.690	78.057	75.184	73.909
	CDEGS	73.778	73.193	72.930	72.775	72.672

* Dubina ukopavanja je 0.7 m

Tablica 3. nastavak

Broj segmenata N		60	70	80	90	100
Otpor rasprostiranja [Ω]	Mathcad 2000	73.283	72.951	72.760	72.641	72.560
	CDEGS	72.601	72.549	72.515	72.490	72.482

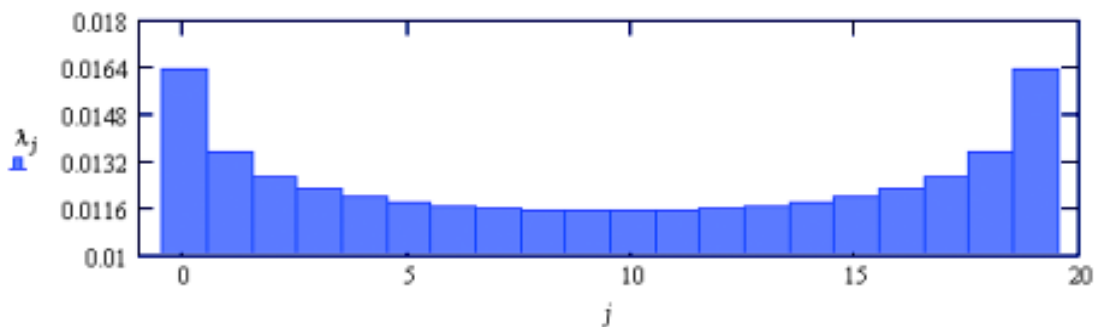
Tablica 4. Pogreške različitih načina određivanja otpora rasprostiranja*

Način određivanja otpora rasprostiranja	Mathcad 2000	CDEGS	Jednadžba (17)	Jednadžba (20)
Otpor rasprostiranja [Ω]	72.560	72.482	78.903	74.078
Pogreška [%]	0.108	referenca	8.859	2.202

* Dubina ukopavanja je 0.7 m

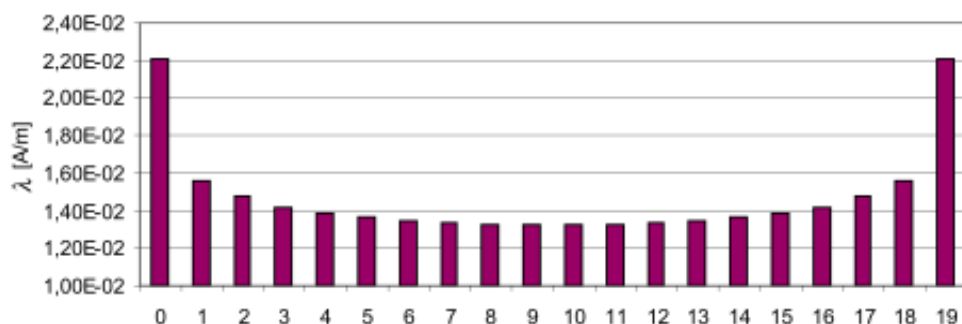
Grafički prikaz dobiven je korištenjem grafičkog sučelja programa Mathcad 2000, te programa EXCEL, kojim su prikazani rezultati dobiveni programskim paketom CDEGS, jer isti ne daje odgovarajuću rezoluciju prilikom prikazivanja površinskih struja odvoda. Površinske struje su određene za narinuti napon od 1 V na promatrani uzemljivač, a odnose se na slučaj kada je zanemareno odslikavanje. Kao što je i očekivano, funkcija distribucije površinskih struja je sedlastog oblika, odnosno simetrična s obzirom na središte vodiča (slike: 6, 7, 8, 9 i 10). Usporedbom slika 6 i 7, odnosno slika 8 i 9, uočljivo je odstupanje iznosa linijskih gustoća struja, koje su dobivene prezentiranim algoritmom i pro-

gramskim paketom CDEGS, što je posljedica različite interpretacije površinskih struja. Prezentirani algoritam nadomješta struju koja istječe iz segmenta s ekvivalentnim točkastim izvorom postavljenim u središte segmenta, dok programski paket CDEGS za niske frekvencije koristi jednadžbu (15) kojom opisuje skalarni potencijal u okolini segmenta, odnosno koristi model s distribuiranim izvorom polja. Za veliki broj segmenata ova razlika se smanjuje, jer je broj točkastih izvora polja po jedinici duljine vodiča takav da se može govoriti o distribuiranoj struji na vodiču, što je inherentno svojstvo jednadžbe (15).

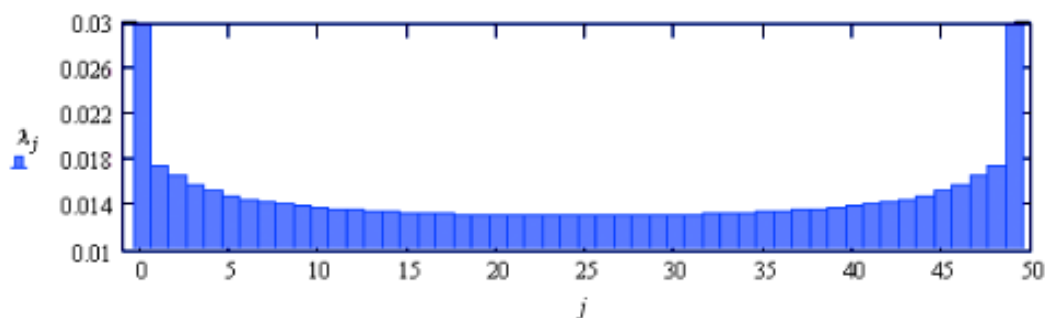
**Slika 6. Distribucija površinskih struja λ_j [A/m], rezultat dobiven korištenjem programa Mathcad 2000 ($N=20$)**

Slike 9 i 10 prikazuju neočekivane iznose površinskih struja uz rubove vodiča (predzadnji segmenti). Naime, strujna aktivnost uzemljivača mora monotono rasti od središta prema rubu vodiča, a ne propadati prije ruba vodiča (predzadnji segmenti) kako to prikazuju slike 9 i 10. Na krajevima, odnosno rubovima vodiča, strujna aktivnost teorijski može poprimiti singularne vrijednos-

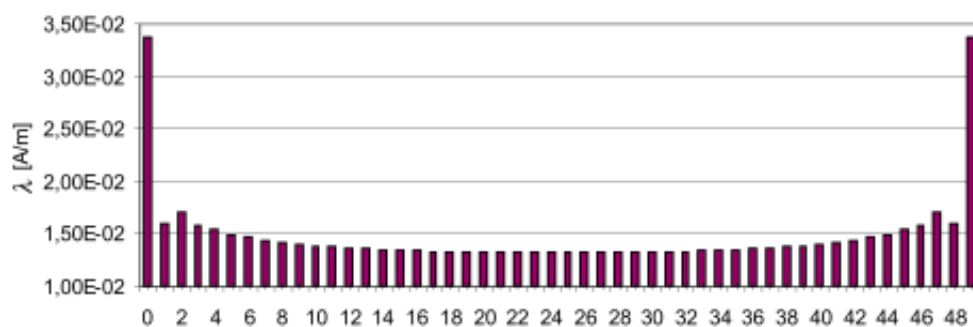
ti, praktično to znači veću koroziju uz rub uzemljivača. Dobiveni rezultat prema slikama 9 i 10 je matematički točan, ali nema fizikalno opravdanje. Da bi se izbjegao navedeni nedostatak za svaki model poput ovoga treba istražiti mjeru do koje se smije smanjivati duljina segmenta. Za prikazani slučaj distribucija površinskih struja daje očekivane rezultate sve dok je duljina segmenta



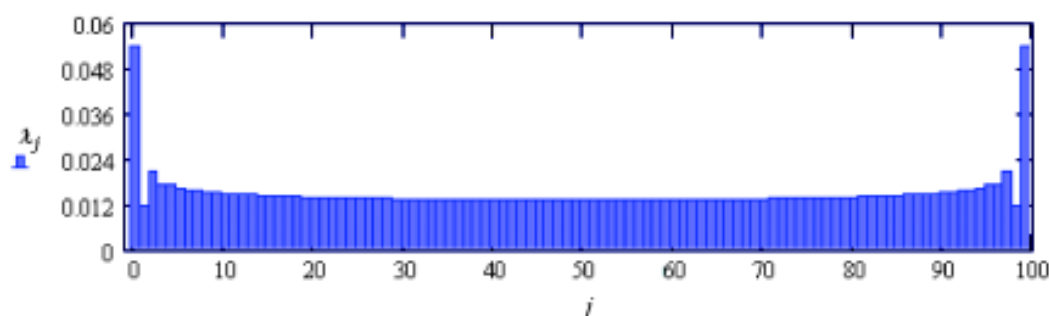
Slika 7. Distribucija površinskih struja λ_j [A/m], rezultat dobiven korištenjem CDEGS programa ($N=20$), slika dobivena korištenjem EXCEL-a



Slika 8. Distribucija površinskih struja λ_j [A/m], rezultat dobiven korištenjem programa Mathcad 2000 ($N=50$)



Slika 9. Distribucija površinskih struja λ_j [A/m], rezultat dobiven korištenjem CDEGS programa ($N=50$), slika dobivena korištenjem EXCEL-a



Slika 10. Distribucija površinskih struja λ_j [A/m], rezultat dobiven korištenjem programa Mathcad 2000 ($N=100$)

veća od promjera vodiča. Iako je točnost u određivanju distribucije površinskih struja ograničena s obzirom na duljinu segmenata, ista granica ne vrijedi za određivanje otpora rasprostiranja. Duljina segmenta prigodom određivanja otpora rasprostiranja ne bi trebala biti manja od radijusa vodiča za prikazani model s odgovarajućim točkastim izvorima na sredini svakog segmenta.

Navedeni algoritam uz zanemarive izmjene može poslužiti za određivanje kapaciteta vodiča, analizu korone i korozije. Detaljniji podaci o tome kako se mogu izvršiti navedene izmjene mogu se pronaći u [3].

11. ZAKLJUČAK

Na osnovi dobivenih rezultata korištenjem općeg namjenskog programa Mathcad i profesionalnog programskog alata CDEGS možemo zaključiti da je u većini slučajeva, prigodom često ponavljanih proračuna uzemljivača ili u netipičnim slučajevima geometrija, daleko bolje koristiti opće namjenske matematičke programe jer su odgovarajući specijalizirani programi za proračune otpora rasprostiranja daleko skuplji i imaju složeniji unos podataka s obzirom da ciljaju na veći dio tržišnog kolača. Sveopća recesija svjetskog gospodarstva i prateće "kresanje" proračunskih izdataka gotovo u svim zemljama u posljednje vrijeme uvjetuju alternativne pristupe prema jeftinijim rješenjima. U ovom radu prikazana je jedna mogućnost smanjenja proračunskih izdataka za nabavu adekvatnog programskog paketa za navedene i njima slične probleme, uporabom znatno jeftinijeg općenamjenskog matematičkog programskog paketa Mathcad. Želja autora je bila potaknuti inženjere u praksi i zainteresirane pojedince prema razvoju vlastitih algoritama za proračune otpora rasprostiranja i sličnih zadaća. Razvoj vlastitih programa osim uštede na proračunskim izdacima pojedinog poduzeća, vode prema kvalificiranju inženjera u području numeričke elektrotehnike te otvaraju mogućnost dodatne zarade prodajom razvijenih vlastitih algoritama, odnosno programskih paketa u još uvijek kod nas nerazvijenom tržištu domaćeg software-a.

LITERATURA

- [1] M. N. O. SADIKU, "Numerical techniques in electromagnetics", [2nd ed.]. CRC Press Boca Raton London New York Washington, D.C., ISBN 0-8493-1395-3 (alk. paper).
- [2] Z. HAZNADAR and Ž. ŠTIH, "Electromagnetics Fields, Waves and Numerical Methods", IOS Press, Ohmsha, Amsterdam, ISBN: 1383-7281, Volume 20, 2000.
- [3] Z. HAZNADAR, Ž. ŠTIH, "Elektromagnetizam", Školska knjiga, Zagreb, 1997.
- [4] S. BERBEROVIĆ, Z. HAZNADAR, Ž. ŠTIH, "Method of moments in analysis of grounding systems", Engineering Analysis with Boundary elements, vol. 27, ISSUE 4, 2003 pp. 351-360.
- [5] "CDEGS User Manual" Safe Engineering Service & technologies ltd. 2003.
- [6] KOPCHENOVA and I. A. MARON, Computational Mathematics, N.V. English translation, Mir Publishers Moscow, 1975.
- [7] J. MA and F. P. DAWALIBI, "Modern Computational Methods for the Design and Analysis of Power System Grounding", Proceedings of the 1998 International Conference on Power System Technology, Beijing, August 18-21, 1998, Vol.pp. 122-126.
- [8] B. D. POPOVIĆ, "Zbornik problema iz elektromagnetike", Građevinska knjiga, Beograd, 1972.
- [9] H. POŽAR, "Visokonaponska rasklopna postrojenja", Tehnička knjiga, Zagreb, 1990.

NUMERICAL ALGORITHM OF GROUNDING RESISTANCE OF VERTICAL ROD USING METHOD OF INTEGRAL EQUATION

PC becoming more affordable as well as its processing possibilities (about two times every 18 months – the connection that Gordon Moore in the early 1965 observed) opened the door to PC use in almost all electrical engineering fields including electric energy supply. Although the price of PC considering processing power is declining permanently, many professional specialised programming tools for electromagnetic compatibility because of permanent price increase become unaffordable for smaller companies and interested private persons. The way out of this situation is possible only by developing one's own, application depending and specialised software. In the paper it is shown how using a relatively cheap (about 500 Euro) mathematical package for general use "Mathcad 2000" a calculation of grounding resistance could be done. For the calculation of grounding resistance a computer based on Pentium III (667 MHz) processor of 256 Mb working memory has been used. The result obtained by the algorithm and Mathcad Programming Package has been compared to the results obtained by using the current professional programming package CDEGS (Current Distribution Interference Grounding and Soils Structure Analysis) of the Canadian producer "Safe Engineering Services & Technologies Ltd.". Its accuracy has been tested internationally using numerous measurements and comparing it with other programming packages.

NUMERISCHES RECHENVERFAHREN ZUR BERECHNUNG DES AUSBREITUNGSWIEDERSTANDES EINES ERDUNGSSTABES

Immer zugänglichere Personal-Computer und das Wachsen der Leistung der Processoren (etwa Verdoppelung aller 18 Monate, - von Gordon Moore schon im längst vergangenen Jahr 1965 wahrgenommen) haben die Tore deren Anwendung in fast allen Bereichen der Elektrotechnik, Elektroenergetik inbegriffen, geöffnet. Trotzdem der Preis von Personal-Computern mit Rücksicht auf deren Prozessorleistung immer weiter sinkt, viele fachorientierte Programmspezialwerkzeuge für die Berechnung der elektromagnetischen Kompatibilität werden, wegen dem immer höheren Preise, den kleinen Unternehmen und interessierten Einzelpersonen

immer unzugänglicher. Die Lösung dieser Umstände liegt nur in der Schaffung eines eigenen je nach Zweck spezialisierten Programmwerkzeugs. Aus dem Artikel ist ersichtlich, wie man, unter Anwendung des "Mathcad" - eines relativ billigen mathematischen Paketes (etwa 500 €) "für allgemeine Zwecke" - den Erdungswiderstand berechnen kann. Für die Berechnung des Erdungswiderstandes wurde ein Computer mit Pentium III (667 MHz) Prozessor und 256 Mb RAM zugezogen. Das mittels dem dargestellten Algorithmus unter Anwendung des Programmpaketes Mathcad gewonnene Ergebnis wurde mit jenem aus dem zeitgemässen professionellen Programmpaket CDEGS (Current Distribution Electromagnetic Interference Grounding and Solids Structure Analysis) des kanadischen Herstellers "Safe Engineering Services & Technologies Ltd." gewonnenen verglichen. Die Genauigkeit dieses Programmes ist international geprüft und mit Ergebnissen zahlreicher Messungen, sowie anderer Programmpaketen verglichen.

Naslovi pisaca:

Tomislav Barić, dipl. ing.
Elektrotehnički fakultet
Kneza Trpimira 2 b,
31000 Osijek, Hrvatska

prof. dr. sc. Zijad Haznadar, dipl. ing.
Fakultet elektrotehnike i računarstva
Unska 3, 10000 Zagreb, Hrvatska

prof. dr. sc. Srete Nikolovski, dipl. ing.
Elektrotehnički fakultet
Kneza Trpimira 2 b,
31000 Osijek, Hrvatska

Uredništvo primilo rukopis:
2004 – 03 – 19.