# RAČUNANJE SREDNJE I EFEKTIVNE VRIJEDNOSTI STRUJE (NAPONA) SLOŽENIH VALNIH OBLIKA

# CALCULATION OF THE MEAN AND EFFECTIVE CURRENT (VOLTAGE) VALUES OF COMPLEX WAVEFORMS

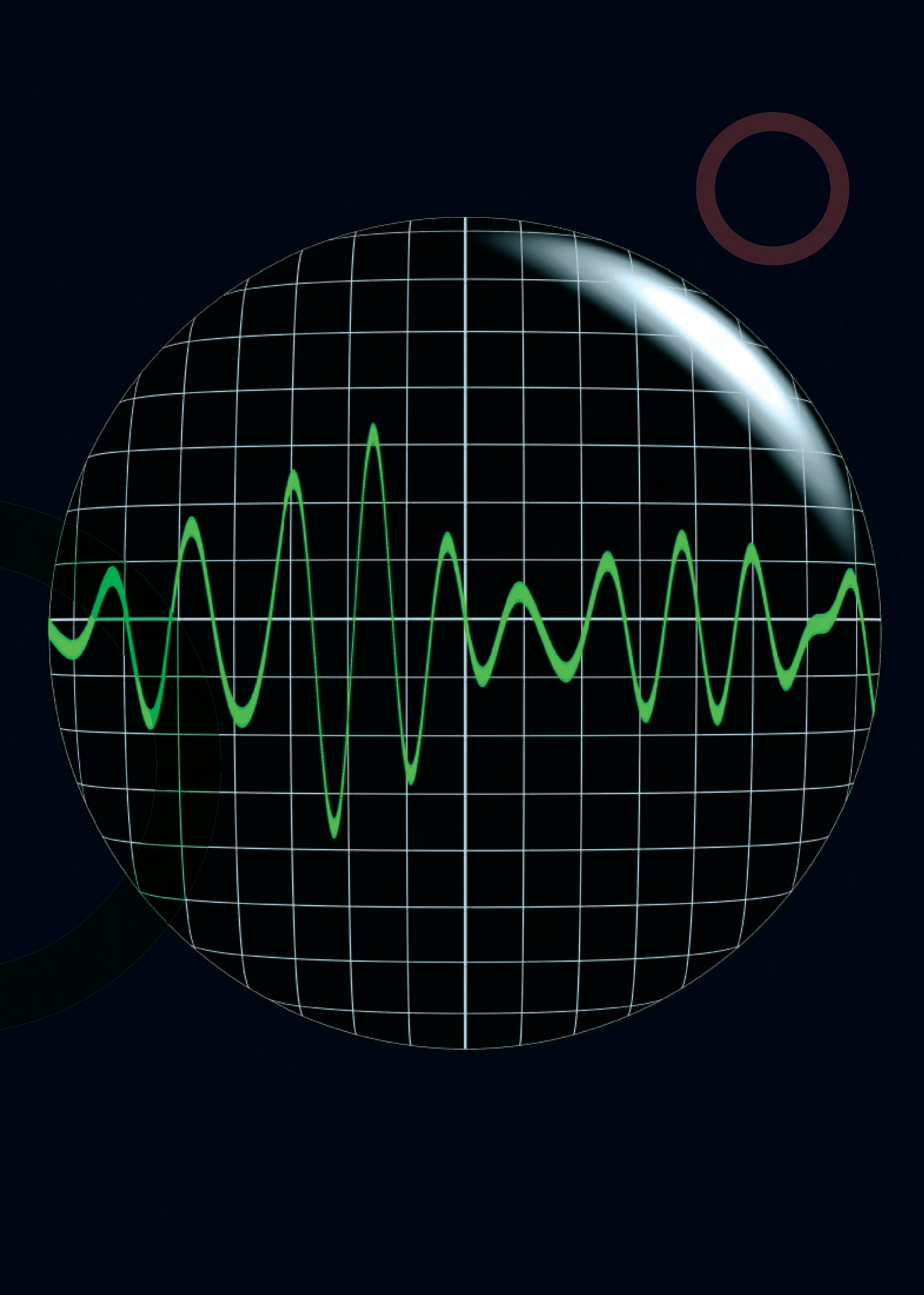
Prof. dr. sc. Branislav Kuzmanović,
Novački Vidikovac 6, 10040 Zagreb,Hrvatska
Dr. sc. Zoran Baus, Siemens d.d., Heinzlova 70 a, 10000 Zagreb, Hrvatska
Mr. sc. Luka Ferković, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet elektrotehnike i računarstva, Unska 3,10000 Zagreb, Hrvatska

Računanje srednje i efektivne vrijednosti struje (napona) složenih valnih oblika svodi se na rješavanje integrala, što većini inženjera predstavlja određene teškoće. Danas se u praksi pojavljuje u nizu više različitih valnih oblika, što još više komplicira postupak rješavanja. Ako se znaju srednja i efektivna vrijednost tipičnih oblika, onda se taj postupak može bitno pojednostaviti, kako je prikazano u ovom članku.

What the calculation of the mean and effective current (voltage) values of complex waveforms amounts to is dealing with integrals, and that poses some difficulties to most engineers. In today's practice the problem makes itself manifest in a series of different waveforms, which makes the process of its solving all the more complicated. However, if the mean and effective values of typical forms are known, the process can be greatly simplified, and that's what the present article is about.

Ključne riječi: efektivna vrijednost, srednja vrijednost, struja (napon) složenih valnih oblika
Keywords: current (voltage) complex waveforms, effective value, mean value


https://doi.org/10.37798/2007563361



# 1 UVOD

Vremenski promjenjiva struja, isto kao i istosmjerna struja zagrijava vodič i može izvršiti mehanički rad. Da bi se mogli računati i izmjeriti ti efekti vremenski promjenljive struje, potrebno je iz praktičnih razloga definirati tzv. efektivnu vrijednost struje (napona), jer je to nemoguće izraziti pomoću trenutnih vrijednosti [1] i [2].

Budući da neki instrumenti za mjerenje struje (napona) imaju otklon kazaljke proporcionalan s efektivnom, a neki sa srednjom vrijednosti struje (napona), potrebno je definirati srednju i efektivnu vrijednost struje (napona).

# 1 INTRODUCTION

The time-variable current, just as the direct current, heats the conductor and can perform a mechanical work. For the effects of a time-variable current to be calculated and measured it is necessary, for practical reasons, to define the so-called effective current (voltage) value, because that cannot be expressed by means of instantaneous values [1] and [2].

Since some current (voltage) measuring instruments have the inclination of the hand proportional to the effective value, the others proportional to the mean value of current (voltage), it is necessary to define the mean and effective values of current (voltage).

# 2 DEFINICIJA SREDNJE VRIJEDNOSTI

Srednja ili prosječna vrijednost vremenski promjenjive struje ili napona u nekom vremenskom intervalu $T$ konstantna je vrijednost čija je površina u intervalu $T$ jednaka površini vremenski promjenjive veličine (slika 1). Matematički se to može napisati ovako:

# 2 DEFINITION OF THE MEAN VALUE

The mean or average value of a time-variable current or voltage over a time interval $T$ is a constant value, the surface of which in the interval $T$ equals the surface of a time-variable value (Figure 1). Mathematically it can be expressed like this:

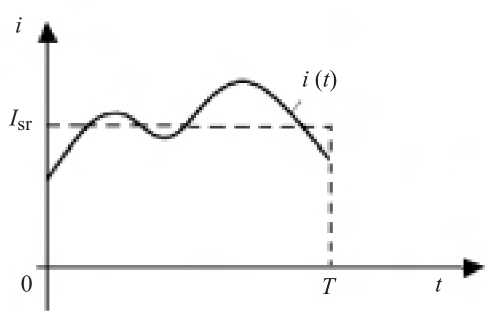
$$I_{sr} \cdot T = \int_0^T i \cdot \mathrm{d}t, \tag{1}$$

odakle se dobije da je tražena srednja vrijednost:

whence the required mean value can be obtained:

$$I_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T i \cdot \mathrm{d}t. \tag{2}$$

**Slika 1**
Definicija srednje vrijednosti
**Figure 1**
Definition of mean value



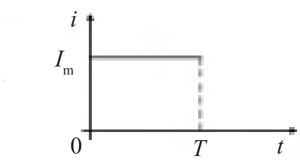
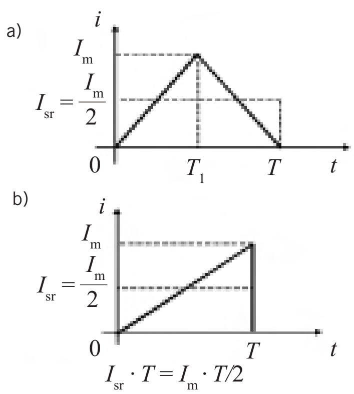
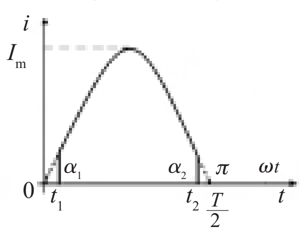
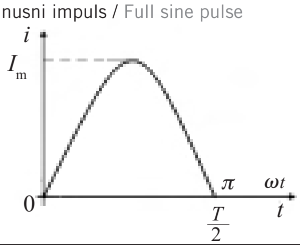
Ako se radi o periodičnom valnom obliku onda je taj vremenski interval jednak osnovnoj periodi $T$. Srednja vrijednost periodičnog valnog oblika jednaka je nultom članu Fourierovog reda $\alpha_0/2$. Treba istaći da simetrični bipolarni valni oblici nemaju nultog člana ($a_0 = 0$) , pa je njihova srednja vrijednost jednaka nuli. U mjernoj tehnici ponekad se takvi valni oblici pomoću ispravljača pretvaraju u unipolarne valne oblike, pa nastaju poluvalno i punovalno ispravljeni valni oblici.

Srednja vrijednost može biti pozitivna i negativna, što ovisi o valnom obliku. Izračunat će se srednje vrijednosti tri tipična valna oblika koji se periodički mogu ponavljati.

In the case of a periodic waveform, the time interval equals the basic period $T$. The mean value of a periodic waveform equals the zero member of Fourier order $\alpha_0/2$. It should be noted that symmetric bipolar waveforms have no zero member ($a_0 = 0$), so their mean value equals zero. In measurement technology such waveforms are sometimes converted into unipolar waveforms by means of rectifiers, which results in rectified half-wave and full-wave forms.

The mean value may be positive or negative, depending on the waveform. The mean value of three typical, periodically repeatable waveforms will be calculated.

Tablica 1 – Prikaz tipičnih valnih oblika
Table 1 – Typical waveforms

| Vrsta impulsa / Type of pulse | Srednja vrijednost / Mean value | Efektivna vrijednost / Effective value |
|---|---|---|
| Pravokutni impuls / Rectangular pulse  | $I_{sr} = I_m$ | $I = I_m$ |
| Trokutasti impuls / Triangular pulse  | $I_{sr} = \frac{I_m}{2}$ | $I = \frac{I_m}{\sqrt{3}}$ |
| Odrezani sinusni impuls / Cat sine pulse  | $I_{sr} = \frac{I_m}{\pi}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$ | $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha_1 - \sin 2\alpha_2}{2\pi}}$ |
| Puni sinusni impuls / Full sine pulse  | $I_{sr} = \frac{2}{\pi} I_m$ | $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ |

**2.1 Računanje srednje vrijednosti impulsa čija je perioda $T_1$ kraća od periode signala $T$**

U slučaju kada impuls ne popunjava periodu, tj. kada je vrijeme trajanja impulsa $T_1$ kraće od vremena periode $T$ (slika 2) , tada je srednja vrijednost takvog signala:

**2.1 Calculating the mean value of a pulse whose period $T_1$ is shorter than the signal period $T$**

Where a pulse does not fill a period, i.e., if the duration $T_1$ of a pulse is shorter than the time $T$ of a period (Figure 2), the mean value of such a signal will be:

$$I_{sr} = \frac{1}{T}\int_0^{T_1} i \cdot \mathrm{d}t = \frac{T_1}{T} \cdot \frac{1}{T_1}\int_0^{T_1} i \cdot \mathrm{d}t, \tag{3}$$

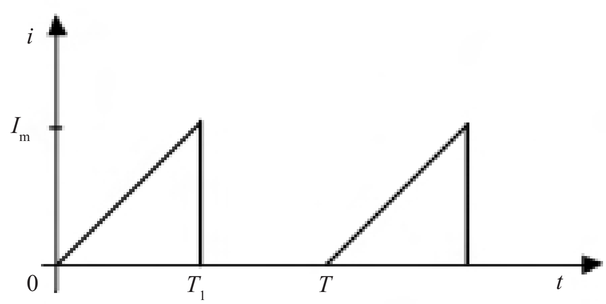
odnosno:

or:

$$I_{sr} = I_{sr}(1) \cdot \frac{T_1}{T}, \tag{4}$$

gdje je $I_{sr}(1) = \frac{I_m}{2}$ srednja vrijednost impulsa periode $T_1$.

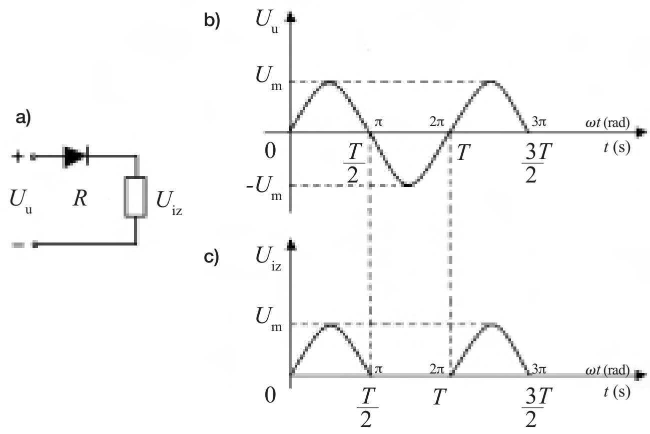
where is $I_{sr}(1) = \frac{I_m}{2}$ the mean value of the pulse of period $T_1$.




**Slika 2**
Unipolarni valni oblik – pilasti impulsi
**Figure 2**
Unipolar waveform – dented pulses

Prema tome, srednja vrijednost impulsa čija je srednja vrijednost poznata može se lako izračunati u slučaju da je perioda $T$ veća od trajanja impulsa $T_1$ , tako da se poznata srednja vrijednost pomnoži sa reduciranim vremenom $T_1/T$. Srednja vrijednost negativnog impulsa je negativna. Tako se npr. pomoću poluvodičke diode (slika 3a) eliminira negativna poluperioda (slika 3b, c).

Therefore, the mean value of a pulse whose mean value is known can be easily calculated if period $T$ is greater than the duration $T_1$ of a pulse by multiplying the known mean value with the reduced time $T_1/T$. The mean value of a negative pulse is negative. For example, that is how by means of a semi-conductor diode (Figure 3a) a negative half-period is eliminated (Figure 3b, c).




a) sklop za poluvalno ispravljanje / half-wave rectification unit
b) ulazni sinusni napon / input sine voltage
c) izlazni poluvalno ispravljeni napon / output half-wave rectified voltage

**Slika 3**
Poluvalno ispravljanje napona
**Figure 3**
Half-wave voltage rectification

Srednja se vrijednost izlaznog napona računa prema formuli:

The mean value of output voltage is calculated by means of the following formula:

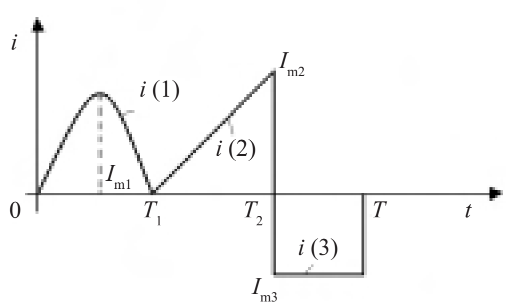
$$U_{izsr} = \left(\frac{2}{\pi}U_m\right)\frac{\frac{T}{2}}{T} = \frac{U_m}{\pi}. \qquad (5)$$

## 2.2 Računanje srednje vrijednosti impulsa u nizu i zbroja više valnih oblika

U slučaju kada je valni oblik sastavljen od različitih impulsa u jednoj periodi (slika 4) tada se srednja vrijednost dobije zbrajanjem reduciranih vrijednosti pojedinih impulsa.

## 2.2 Calculating the mean value of pulses in a series and the sum of more waveforms

If a waveform is composed of different pulses in a single period (Figure 4), then the mean value is obtained by summing up the reduced values of individual pulses.




**Slika 4**
Tri impulsa stisnuta u periodi $T$
**Figure 4**
Three pulses compressed into a period $T$

Srednja vrijednost prikazanog valnog oblika je:

The mean value of the above shown waveform is:

$$I_{sr} = \frac{1}{T}\int_0^T i\cdot dt = \frac{1}{T}\left(\int_0^{T_1} i(1)\cdot dt + \int_{T_1}^{T_2} i(2)\cdot dt + \int_{T_2}^{T} i(3)\cdot dt\right), \qquad (6)$$

odnosno:

or:

$$I_{sr} = I_{sr}(1)\frac{T_1}{T} + I_{sr}(2)\frac{T_2 - T_1}{T} + I_{sr}(3)\frac{T - T_2}{T}, \tag{7}$$

gdje je:

where:

$$I_{sr}(1) = \frac{2}{\pi}\cdot I_{m1}, \tag{7a}$$

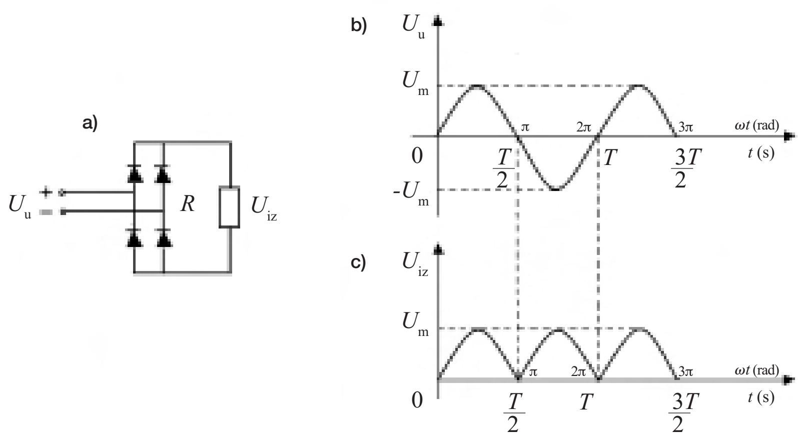
$$I_{sr}(2) = \frac{I_{m2}}{2}, \tag{7b}$$

$$I_{sr}(3) = -I_{m3}. \tag{7c}$$

Tako se npr. pomoću Graetzevog spoja (slika 5a) od sinusnog ulaznog napona (slika 5b) dobije izlaz napona (slika 5c), koji se zove punovalno ispravljeni napon.

That is how, for example, by means of Graetz connection (Figure 5a) the voltage output (Figure 5c), called full-wave voltage rectification, is obtained out of a sine input voltage (Figure 5b)

**Slika 5**
Punovalno ispravljanje napona
**Figure 5**
Full-wave voltage rectifiction




a) Graetzov ispravljački spoj / Graetz rectification connection
b) ulazni sinusni napon / input sine voltage
c) izlazni punovalni ispravljeni napon / output full-wave rectified voltage

Srednja vrijednost izlaznog punovalno ispravljenog napona je:

The mean value of an output full-wave rectified voltage is:

$$U_{izsr} = \frac{2\cdot U_m}{\pi}. \tag{8}$$

Srednja vrijednost sinusnog ulaznog napona je jednaka nuli. Može se zaključiti da je srednja vrijednost bipolarnih simetričnih valnih oblika jednaka nuli.

The mean value of a sine input voltage equals zero. It can be inferred that the mean value of bipolar symmetric waveforms equals zero.

Ako se valni oblik sastoji od zbroja dvaju ili više valnih oblika, tada je srednja vrijednost jednaka zbroju srednjih vrijednosti pojedinih valnih oblika:

If a waveform consists of the sum of two or more waveforms, then the mean value equals the sum of the mean values of individual waveforms:

$$I_{sr} = \frac{1}{T}\int_0^T (i_1 + i_2 + ...... + i_n)\cdot \mathrm{d}\,t = \sum_{k=1}^{n} I_{ksr} \,. \tag{9}$$

Čest je slučaj da je valni oblik zbroj istosmjernog i vremenski promjenjivog valnog oblika:

It often occurs that the waveform is the sum of a DC and a time-variable waveform:

$$i = I_0 + i(1), \tag{10}$$

čija je vrijednost:

the value of which is:

$$I_{sr} = I_0 + I_{sr}(1). \tag{11}$$

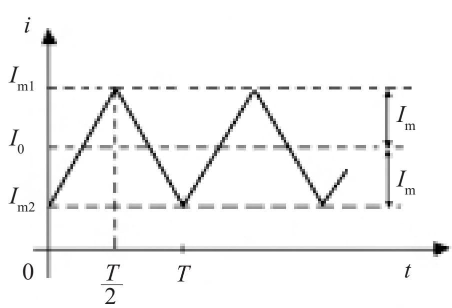
Tako je npr. vrlo čest slučaj da treba odrediti srednju vrijednost trokutastog simetričnog bipolarnog valnog oblika koji je zbrojen s istosmjernim stalnim oblikom (slika 6).

Budući da je srednja vrijednost simetričnog bipolarnog valnog oblika jednaka nuli, tada je srednja vrijednost zadanog valnog oblika:

Thus a need very often arises to determine the mean value of a triangular symmetric bipolar waveform which is summed up with a DC constant form (Figure 6).

As the mean value of a symmetric bipolar waveform equals zero, the mean value of a given waveform is:

$$I_{sr} = \frac{I_{m1} + I_{m2}}{2} = I_0 . \tag{12}$$




**Slika 6**
Trokutasti simetrični bipolarni valni oblik zbrojen s istosmjernim stalnim oblikom

**Figure 6**
Triangular symmetric bipolar waveform summed up with a DC constant form

Sad se može lako odrediti tjemena vrijednost zadanog bipolarnog valnog oblika:

Now we can easily determine the peak value of a given bipolar waveform:

$$I_m = I_{m1} - I_0 = \frac{I_{m1} - I_{m2}}{2} . \quad (13)$$

Navedene se zadnje dvije relacije koriste kada se analizira struja, odnosno napon pomoću osciloskopa.

The last two relations are used in analyzing current or voltage by means of oscilloscope.

## 3 DEFINICIJA EFEKTIVNE VRIJEDNOSTI

## 3 DEFINITION OF THE EFFECTIVE VALUE

Efektivna vrijednost vremenski promjenljive struje (napona) jednaka je onoj vrijednosti istosmjerne struje (napona) koja bi za isto vrijeme proizvela isti energetski efekt na istom otporu, tj.:

The effective value of time-variable current (voltage) equals that value of direct current (voltage) which over the same time at the same resistance would produce the same energy effect, i.e.:

$$\int_0^T R \cdot i^2 \cdot \mathrm{d}t = R \cdot I^2 \cdot T . \quad (14)$$

Iz te relacije slijedi da je efektivna vrijednost vremenski promjenljive struje:

It follows from this relation that the effective value of a time-variable current is:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 \cdot \mathrm{d}t} , \quad (15)$$

gdje je $T$ vrijeme trajanja, a kod periodičkih valnih oblika to je vrijeme jedne periode. Efektivna vrijednost označava se velikim slovima bez ikakva indeksa, kao i istosmjerne veličine, pa se na analogan način računa efektivna vrijednost napona $U$ i elektromotorne sile (EMS) $E$:

where $T$ is the duration time, while with periodic waveforms it is the time of one period. The effective value is signified in capital letters without any index, as are the DC values, so the effective value of voltage $U$ and the electromotor force (EMS) $E$ are calculated analogously:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2 \cdot \mathrm{d}t} , \quad (16)$$

$$E = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T e^2 \cdot \mathrm{d}t} . \quad (17)$$

Izračunate efektivne vrijednosti triju već navedenih tipičnih valnih oblika date su u tablici 1.

The calculated effective values of the three above mentioned typical waveforms are given in Table 1.

### 3.1 Računanje efektivne vrijednosti impulsa čija je perioda $T_1$ kraća od periode signala $T$

U slučaju kada je perioda $T_1$ kraća od periode signala (slika 2), tada se efektivna vrijednost računa ovako:

### 3.1 Calculating the effective value of a pulse whose period $T_1$ is shorter that the signal period $T$

If a period $T_1$ is shorter than a signal period (Figure 2), the effective value is calculated like this:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{T_1} i^2 \cdot dt} = \sqrt{\frac{T_1}{T}\cdot\frac{1}{T_1}\int_0^{T_1} i^2 \cdot dt}\,. \tag{18}$$

Konačno se dobije da je:

What is finally obtained is:

$$I = I(1)\sqrt{\frac{T_1}{T}}\,, \tag{19}$$

gdje je $I(1)$ efektivna vrijednost periode $T_1$. U ovom slučaju efektivna vrijednost impulsa množi se drugim korijenom reduciranog vremena:

where $I(1)$ is the effective value of period $T_1$. In this case the effective value of a pulse is multiplied with the square root of the reduced time:

$$\sqrt{\frac{T_1}{T}}\,. \tag{20}$$

Tako se npr. u slučaju poluvalno ispravljene sinusne struje (slika 3c) efektivna vrijednost računa prema glavnoj relaciji ovako:

For example, in the case of a half-wave rectified sine current (Figure 3c), this is how the effective value is calculated against the main relation:

$$I_{\mathrm{ie}} = \frac{I_{\mathrm{m}}}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\frac{T}{2}}{T}} = \frac{I_{\mathrm{m}}}{2}\,. \tag{21}$$

### 3.2 Računanje efektivne vrijednosti impulsa u nizu

U slučaju kada se u jednoj periodi nalazi niz različitih impulsa, efektivna se vrijednost može izračunati na sljedeći način:

### 3.2 Calculating the effective value of a pulses in a series

If one period accommodates a series of different pulses, the effective value can be calculated as follows:

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + \ldots + I_i^2 + \ldots + I_n^2}\,, \tag{22}$$

gdje je $I_i$ efektivna vrijednost $i$-tog impulsa izračunata pomoću formule s reduciranim vremenom.

Efektivna vrijednost bipolarnih valnih oblika računa se također po prethodnoj formuli, što znači da je potrebno izračunati efektivnu vrijednost pojedinog bipolarnog impulsa. Iz toga proizlazi da je efektivna vrijednost simetričnog bipolarnog valnog oblika jednaka efektivnoj vrijednosti jednog impulsa [3].

Postupak računanja ilustrirat će se za valni oblik na slici 4. U skladu s relacijom za efektivnu vrijednost običnog valnog oblika sastavljenog od tri tipična oblika na slici 4 dobije se:

where $I_i$ is the effective value of the $i$-th pulse, calculated by means of the formula with a reduced time.

The effective value of bipolar waveforms is also calculated according to the foregoing formula, which means that it is necessary to work out the effective value of a particular bipolar pulse. It follows that the effective value of a symmetric bipolar waveform equals the effective value of one pulse [3].

The calculation process will be illustrated for the waveform in Figure 4. In accordance with the relation for the effective value of an ordinary waveform composed of three typical forms in Figure 4 the following is obtained:

$$I=\sqrt{\left(I(1)\sqrt{\frac{T_1}{T}}\right)^2+\left(I(2)\sqrt{\frac{T_2-T_1}{T}}\right)^2+\left(I(3)\sqrt{\frac{T-T_2}{T}}\right)^2}\,, \tag{23}$$

odnosno kada se uvrste efektivne vrijednosti pojedinih impulsa dobije se da je:

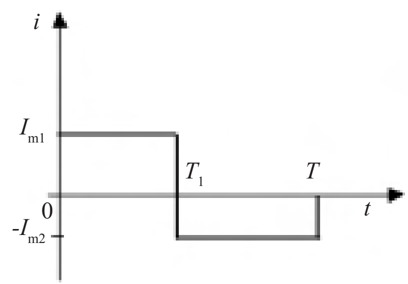
or, with the inclusion of the effective values of individual pulses, the following is obtained:

$$I=\sqrt{\left(\frac{I_{m1}}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{T_1}{T}}\right)^2+\left(\frac{I_{m2}}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{T_2-T_1}{T}}\right)^2+\left(I_{m3}\sqrt{\frac{T-T_2}{T}}\right)^2}\,. \tag{24}$$

U praksi se vrlo često treba odrediti efektivnu vrijednost valnog oblika na slici 7.

In practice it is often necessary to determine the effective value of a waveform, as in Figure 7.

**Slika 7**
Bipolarni valni oblik struje – pravokutni impulsi
**Figure 7**
Bipolar current waveform – rectangular pulses




Efektivna vrijednost zadanog valnog oblika se dobije primjenom gornje relacije, pa se dobije da je:

The effective value of a given waveform is obtained by applying the above relation:

$$I=\sqrt{\left(I_{m1}\sqrt{\frac{T_1}{T}}\right)^2+\left(I_{m2}\sqrt{\frac{T-T_1}{T}}\right)^2}\,. \tag{25}$$

Tako je npr. efektivna vrijednost sinusnog punovalno ispravljenog oblika (slika 5):

Thus, for example, the effective value of a sine full-wave rectified form (Figure 5) is:

$$U=\frac{U_m}{\sqrt{2}}\,. \tag{26}$$

### 3.3 Računanje efektivne vrijednosti valnog oblika $i=I_0+i_1(t)$

U praksi se često susreće valni oblik koji se sastoji od istosmjernog člana $I_0$ i vremenski promjenljivog člana $i_1(t)$, koji ne moraju biti simetrični. Efektivna vrijednost takvog valnog oblika:

### 3.3 Calculating the effective value of waveform $i=I_0+i_1(t)$

In practice we shall often meet a waveform consisting of a DC member $I_0$ and a time-variable member $i_1(t)$, which may not be symmetric. The effective value of such a waveform is:

$$i = I_0 + i_1(t), \tag{27}$$

računa se ovako:

and is calculated as follows:

$$I = \sqrt{I_0^2 + 2 \cdot I_0 \cdot I_{1sr} + I_1^2}, \tag{28}$$

gdje je:

$I_{1sr}$ – srednja vrijednost promjenljivog valnog oblika, a
$I_1$ – efektivna vrijednost promjenljivog valnog oblika.

Tako se npr. efektivna vrijednost valnog oblika $i = 10 + 100 \sin \omega t$ računa kako je prikazano u nastavku. Kako je srednja vrijednost sinusnog dijela nula $I_{1sr} = 0$, a efektivna $I_1 = 100/\sqrt{2}$ tražena je vrijednost:

where:

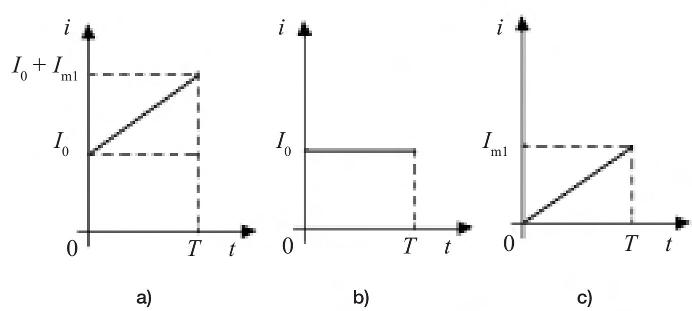
$I_{1sr}$ – is the mean value of a variable waveform, and
$I_1$ – is the effective value of a variable waveform.

Thus the effective value of a waveform $i = 10 + 100 \sin \omega t$ is calculated as shown below. Since the mean value of the sine part is zero $I_{1sr} = 0$, and the effective value $I_1 = 100/\sqrt{2}$, the sought value is:

$$I = \sqrt{10^2 + \left(\frac{100}{\sqrt{2}}\right)^2} = 71{,}41 \text{ A}. \tag{29}$$

Drugi primjer za računanje efektivne vrijednosti zbroja istosmjernog i promjennljivog signala prikazan je na slici 8a.

Another example of how to calculate the effective value of a sum of DC and variable signals is shown in Figure 8a.




**Slika 8**
Istosmjerni i promjenljivi signal
**Figure 8**
DC and variable signal

Taj signal se rastavi na sastavne dijelove, pravokutni impuls (slika 8b) i trokutasti impuls (slika 8c), tako da se matematički može napisati:

The signal is separated into its constituent parts, the rectangular pulse (Figure 8b) and the triangular pulse (Figure 8c), or, to put it mathematically:

$$i = I_0 + i_1. \tag{30}$$

Efektivna vrijednost osnovnog valnog oblika (slika 8a) je:

The effective value of the basic waveform (Figure 8a) is:

$$I = \sqrt{I_0^2 + 2 \cdot I_0 \cdot I_{sr}(1) + I^2(1)} = \sqrt{I_0^2 + 2 \cdot I_0 \cdot \frac{I_{m1}}{2} + \frac{I_{m1}^2}{3}} \, . \tag{31}$$

### 3.4 Efektivna vrijednost periodičkih nesinusnih valnih oblika

Periodički nesinusni valni oblik, rastavljen na harmonike:

### 3.4 The effective value of periodic non-sine waveforms

A periodic non-sine waveform, separated into harmonics:

$$i = I(0) + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot I(n) \cdot \sin[n\omega t + \varphi(n)] \, , \tag{32}$$

omogućuje da se lako izračuna njegova efektivna vrijednost [4]. Primjenom osnovne relacije za računanje efektivne vrijednosti dobije se da je efektivna vrijednost periodičkog nesinusnog valnog oblika:

helps to easily calculate its effective value [4]. By applying the basic relation for calculating the effective value, the obtained effective value of a periodic non-sine waveform will be:

$$I = \sqrt{I^2(0) + \sum_{n=1}^{\infty} I^2(n)} \, , \tag{33}$$

gdje je:

$I(0) = \frac{I_m(n)}{\sqrt{2}}$ – istosmjerna komponenta struje, odnosno srednja vrijednost periodičkog valnog oblika,

$I(n)$ – efektivna vrijednost $n$-tog harmonika ($n = 1, 2, 3, \ldots, \infty$).

Dakle, može se reći da je efektivna vrijednost periodičkog nesinusnog valnog oblika jednaka drugom korijenu iz sume kvadrata efektivnih vrijednosti svih harmonika i kvadrata nultog člana.

where:

$I(0) = \frac{I_m(n)}{\sqrt{2}}$ – DC component, or the mean value of a periodic waveform,

$I(n)$ – effective value of the $n$-th harmonic ($n = 1, 2, 3, \ldots, \infty$).

Therefore, the effective value of a periodic non-sine waveform can be said to equal the square root of the square of the effective values of all harmonics and the square of the zero member.

## 4 OMJERNI FAKTORI

Osim efektivne i srednje vrijednosti, valni se oblici još karakteriziraju s tri omjerna faktora:

## 4 RATIO FACTORS

In addition to the effective and mean values, waveforms are also characterized by three ratio factors:

tjemeni faktor / peak factor:

$$k_t = \frac{I_m}{I} = \frac{\text{tjemena vrijednost / peak value}}{\text{efektivna vrijednost / effective value}} \, , \tag{34}$$

faktor oblika / form factor:

$$k_o = \frac{I}{I_{sr}} = \frac{\text{efektivna vrijednost / effective value}}{\text{srednja vrijednost / mean value}} \, , \tag{35}$$

faktor distorzije/ distortion factor:

$$k_d = \frac{I(1)}{I} = \frac{I(1)}{\sqrt{I^2(0) + \sum_{n=1}^{\infty} I^2(n)}} \, . \tag{36}$$

Tjemeni faktor karakterizira izobličenje u odnosu na sinusni oblik [3] i [5]. Za sinusni valni oblik $k_t = \sqrt{2} = 1{,}414$. Faktor oblika služi za računanje efektivne vrijednosti kod instrumenata sa srednjim otklonom ($I = k_o \cdot I_{sr}$) [6]. Za sinusni oblik taj faktor iznosi $k_o = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1{,}11$. Svaki valni oblik ima svoj faktor.

The peak factor is characterized by a distortion in relation to a sine form [3] and [5]. For a sine waveform $k_t = \sqrt{2} = 1{,}414$. The form factor serves for calculating the effective value with instruments having a mean inclination ($I = k_o \cdot I_{sr}$) [6]. For a sine form that factor is $k_o = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1{,}11$. Every waveform has its factor.

U elektroakustici se definira tzv. klir-faktor:

In electroacoustics the so-called clear factor is defined:

$$k_f = \frac{\sqrt{I^2(2) + I^2(3) + \ldots + I^2(n)}}{I(1)}. \quad (37)$$

Da bi se odredili faktori $k_d$ i $k_f$, potrebno je znati amplitude harmonika. Danas postoje elektronički spektralni analizatori pomoću kojih se mjerenjem vrijednosti harmonika lako određuju ta dva faktora.

For determining the factors $k_d$ and $k_f$, the amplitudes of harmonics ought to be known. Today there are electronic spectral analyzers by means of which these two factors can be easily determined.

## 5 ZAKLJUČAK

Pokazano je da je nužno znati kako se računaju srednje i efektivne vrijednosti tipičnih valnih oblika, koji mogu biti poslagani u niz i zbrojeni s istosmjernom veličinom. Tada se srednja i efektivna vrijednost takvih kombinacija može jednostavno izračunati bez integrala. Takav način računanja pomaže inženjerima da na lak način dođu do rezultata. Računanje srednje i efektivne vrijednosti raznih valnih oblika omogućuje računanje tjemenog faktora i faktora oblika te faktora distorzije nužnih kod nekih mjerenja.

## 5 CONCLUSION

It has been shown that it is necessary to know how to calculate the mean and effective values of typical waveforms which can be arranged in a series and summed up with a DC value. Then the mean and effective value of such combinations can be easily calculated without integrals. This calculation method will help engineers to easily arrive at the results they need. The calculation of the mean and effective value of various waveforms helps to calculate the peak and form factor and the distortion factor required in some measurements.

## LITERATURA / REFERENCES


[1] LONČAR, J., Osnove elektrotehnike 2, Tehnička knjiga, Zagreb, 1958.
[2] PINTER, V., Osnove elektrotehnike 2, Tehnička knjiga, Zagreb, 1975.
[3] KUZMANOVIĆ, B., Osnove elektrotehnike 2, Element, Zagreb, 2005.
[4] PAGE, W.D., SEELY, L., General Network Analysis, McGrow-Hill Book Company Inc., New York,1952
[5] CLEMENT, P.B., JONHSON, W.C., Electrical and Engineering Science, McGrow-Hill Book Company Inc., New York,1960
[6] GENTRY, E., et al., Semiconductor Controlled Rectifiers, Pretince-Hall, 1964



Uredništvo primilo rukopis:
2007-05-16

Prihvaćeno:
2007-05-28

Manuscript received on:
2007-05-16

Accepted on:
2007-05-28